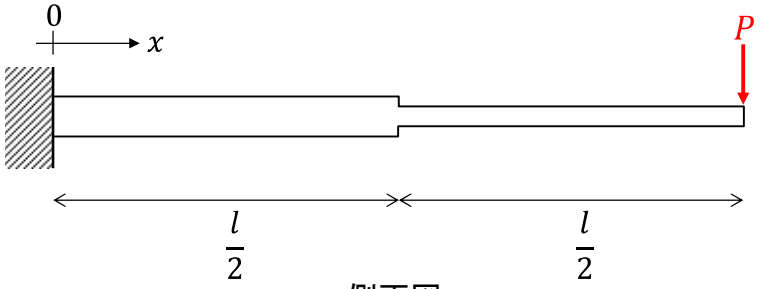
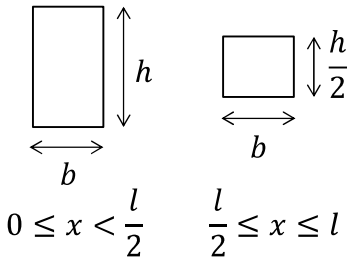
Sample Answer (9)

断面の高さが途中で変わる鋼製の片持ちはり（下図）について，以下の問いに答えなさい．
ただし，鋼の降伏強度f_yとする．

① 集中荷重Pが徐々に大きくなるとき，最初に降伏が生じる断面の位置（xの値）はどこか，理由とともに答えなさい．



側面図



断面図

曲げモーメント分布$M = P(x - l)$

断面二次モーメント$I = \begin{cases} \frac{bh^3}{12} & \left(0 \le x < \frac{l}{2}\right) \\ \frac{bh^3}{96} & \left(\frac{l}{2} \le x \le l\right) \end{cases}$

断面に生じる曲げ応力が最大となる上面または下面に着目すると，

断面中心から上面または下面までの距離$y = \begin{cases} \frac{h}{2} & \left(0 \le x < \frac{l}{2}\right) \\ \frac{h}{4} & \left(\frac{l}{2} \le x \le l\right) \end{cases}$

上面と下面に発生する曲げ応力$\sigma = \frac{M}{I}y = \begin{cases} P(x-l) \cdot \frac{12}{bh^3} \cdot \frac{h}{2} = \frac{6P(x-l)}{bh^2} & \left(0 \le x < \frac{l}{2}\right) \\ P(x-l) \cdot \frac{12}{b(h/2)^3} \cdot \frac{h}{4} = \frac{24P(x-l)}{bh^2} & \left(\frac{l}{2} \le x \le l\right) \end{cases}$

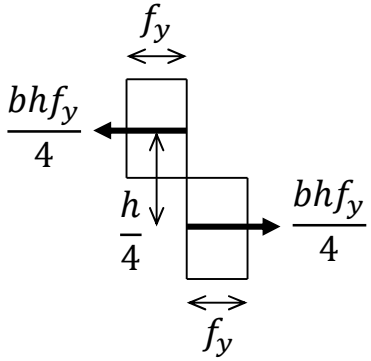
区間$0 \leq x < \frac{l}{2}$では$x = 0$のときにσが最大となり，その絶対値は$|\sigma_{max1}| = \frac{6Pl}{bh^2}$

区間$\frac{l}{2} \leq x \leq l$では$x = \frac{l}{2}$のときに$\sigma$が最大となり，その絶対値は$|\sigma_{max}| = \frac{12Pl}{bh^2}$

$|\sigma_{max2}| > |\sigma_{max1}|$なので，$x = \frac{l}{2}$の位置の断面に最初に降伏が生じる．

② ①の位置の断面が全降伏するときのPをl, b, h, f_yで表しなさい．

$x = \frac{l}{2}$の位置の断面が全降伏するとき，応力分布と合力は右図のようになる．



断面に生じる曲げモーメントは（負曲げであることに注意），

$$M = -\frac{bhf_y}{4} \times \frac{h}{4} = -\frac{bh^2 f_y}{16} \quad (1)$$

$M = P(x - l)$に$x = \frac{l}{2}$を代入して，$M = -\frac{Pl}{2}$ (2)

(1)(2)より，

$$P = \frac{bh^2 f_y}{8l}$$

（これも簡単すぎました）