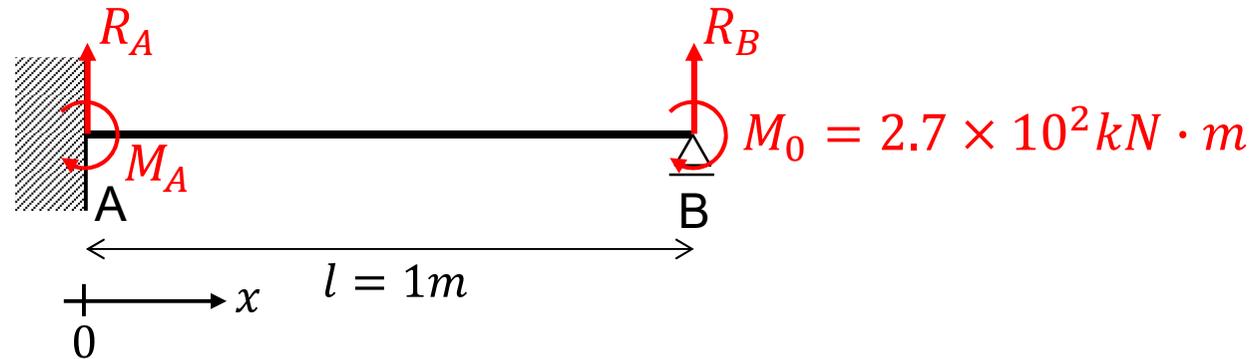


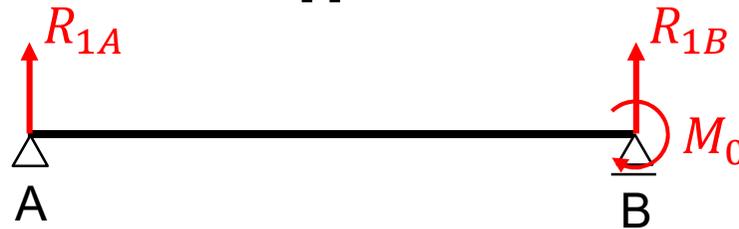
下図に示す一端固定・他端移動支点はりの反力とたわみ分布を求めなさい。ただし、はりの曲げ剛性 $EI = 1.0 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ とする。



固定端の回転方向をフリーとした
静定系を考える。

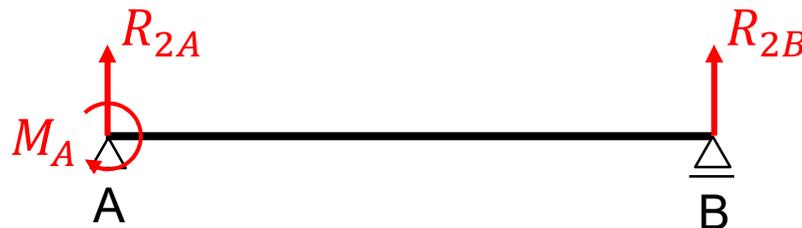
||

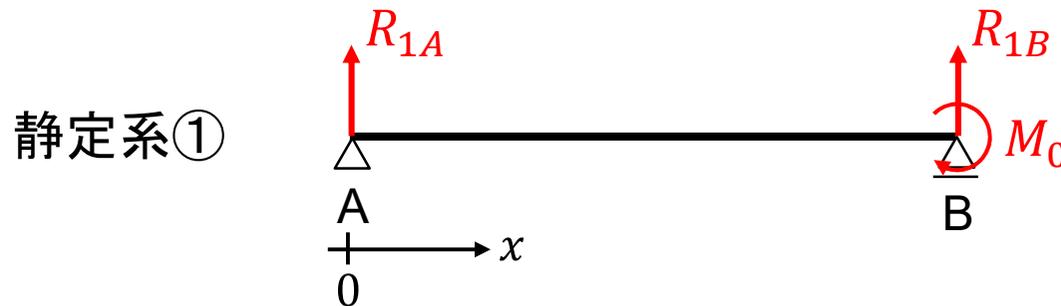
静定系①



+

静定系②





$$\text{曲げモーメント分布 } M_1(x) = -\frac{M_0}{l}x$$

$$\text{たわみ角分布 } \theta_1(x) = \frac{1}{EI} \left(\frac{M_0}{2l}x^2 + C_1 \right)$$

$$\text{たわみ分布 } y_1(x) = \frac{1}{EI} \left(\frac{M_0}{6l}x^3 + C_1x + C_2 \right)$$

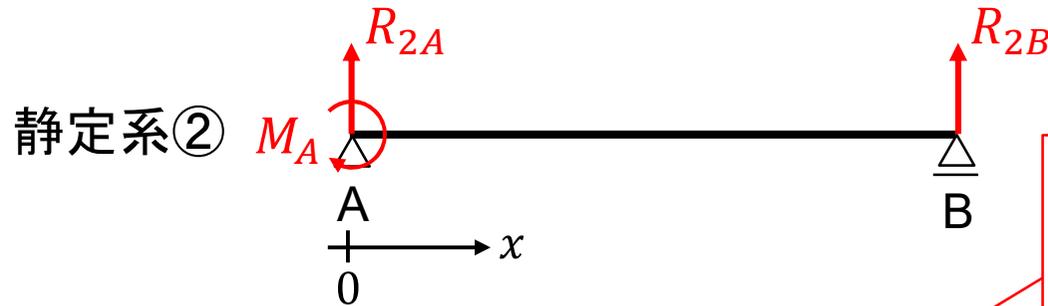
$$y_1(0) = 0 \text{ から、 } C_2 = 0$$

$$y_1(l) = 0 \text{ から、 } C_1 = -\frac{M_0}{6}l$$

$$\text{たわみ角分布 } \theta_1(x) = \frac{M_0}{6EI} \left(\frac{3}{l}x^2 - l \right)$$

$$\text{たわみ分布 } y_1(x) = \frac{M_0}{6EI} (x^3 - l^2x)$$

$$\text{点Aでのたわみ角 } \theta_1(0) = -\frac{M_0l}{6EI}$$



静定系①と②の反力は別物。静定系①の反力をここで使わないように！

$$\text{曲げモーメント分布 } M_2(x) = M_A - \frac{M_A}{l} x$$

$$\text{たわみ角分布 } \theta_2(x) = \frac{1}{EI} \left(\frac{M_A}{2l} x^2 - M_A x + D_1 \right)$$

$$\text{たわみ分布 } y_2(x) = \frac{1}{EI} \left(\frac{M_A}{6l} x^3 - \frac{M_A}{2} x^2 + D_1 x + D_2 \right)$$

$$y_2(0) = 0 \text{ から、 } D_2 = 0$$

$$y_2(l) = 0 \text{ から、 } D_1 = \frac{M_A}{3} l$$

$$\text{たわみ角分布 } \theta_2(x) = \frac{M_A}{6EI} (3x^2 - 6lx + 2l^2)$$

$$\text{たわみ分布 } y_2(x) = \frac{M_A}{6EI} (x^3 - 3lx^2 + 2l^2 x)$$

$$\text{点Aでのたわみ角 } \theta_2(0) = \frac{M_A l}{3EI}$$

静定系①と②の、点Aでのたわみ角 $\theta_1(0)$ と $\theta_2(0)$ の和が0

$$-\frac{M_0 l}{6EI} + \frac{M_A l}{3EI} = 0 \quad \therefore M_A = \frac{M_0}{2}$$

鉛直方向の力の釣合いとモーメントの釣合い

$$\begin{aligned} R_A + R_B &= 0 \\ M_A + M_0 - R_B l &= 0 \end{aligned} \quad \therefore R_B = \frac{3M_0}{2l} \quad R_A = -\frac{3M_0}{2l}$$

たわみ分布は、静定系①と静定系②のたわみ分布の足し合わせ

$$\begin{aligned} y(x) &= y_1(x) + y_2(x) \\ &= \frac{M_0}{6EI l} (x^3 - l^2 x) + \frac{M_A}{6EI l} (x^3 - 3lx^2 + 2l^2 x) \\ &= \frac{M_0}{6EI l} (x^3 - l^2 x) + \frac{M_0}{12EI l} (x^3 - 3lx^2 + 2l^2 x) \\ &= \frac{M_0}{4EI l} x^2 (x - l) \end{aligned}$$

たわみ角分布は、

$$\theta(x) = \frac{dy(x)}{dx} = \frac{M_0}{4EI} x(3x - 2l)$$

$x = 0$ と $\frac{2}{3}l$ のとき、たわみ角が0になる。したがって、

$$y_{max} = y\left(x = \frac{2}{3}l\right) = -\frac{M_0 l^2}{27EI}$$

数字を代入(単位はm, Nとする)

$$y_{max} = -\frac{2.7 \times 10^5 \times 1^2}{27 \times 1.0 \times 10^6} = -0.01m = -10mm$$

固定端のたわみ分布が水平になるように描くこと

たわみは下方方向を正にとる。

