2020 年度　構造力学II　期末試験の代わりのレポート課題　解答例

※式や値の導出過程も採点対象とする。

1. 図 1 に示す両端固定はりについて、以下の問いに答えなさい。

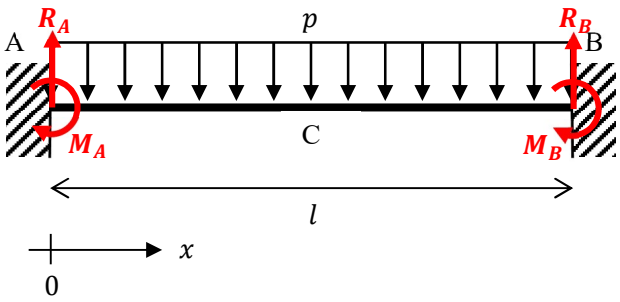


図 1　等分布荷重を受ける両端固定はり

① 不静定次数を求めなさい。

反力数$m = 6$（水平反力を含む）

部材数$s = 1$

剛接合部材数$r = 0$

節点数$k = 2$

したがって、不静定次数$n = m + s + r - 2k = 6 + 1 + 0 - 2 \times 2 = 3$

② はりのたわみの微分方程式は、下記のように与えられる。反力R_A, M_A, R_B, M_Bと積分定数C_1, C_2, C_3, C_4を求めるための境界条件を示しなさい。

せん断力$Q = -px + C_1$

曲げモーメント$M = -\frac{p}{2}x^2 + C_1 x + C_2$

たわみ角$\theta = -\frac{1}{EI}\left(-\frac{p}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3\right)$

たわみ$y = -\frac{1}{EI}\left(-\frac{p}{24}x^4 + \frac{C_1}{6}x^3 + \frac{C_2}{2}x^2 + C_3 x + C_4\right)$

境界条件 1：$x = 0$で$y = 0$

境界条件 2：$x = 0$で$\theta = 0$

境界条件 3：$x = l$で$y = 0$

境界条件 4：$x = l$で$\theta = 0$

境界条件 5：$x = 0$で$M = M_A$

境界条件 6：$x = 0$で$Q = R_A$

境界条件 7：$x = l$で$M = -M_B$

境界条件 8：$x = l$で$Q = -R_B$

③ スパン中央（図の C 点）で発生する、たわみの最大値をp, l, EIで表しなさい。

境界条件 1, 2 より、$C_3 = C_4 = 0$

境界条件 3 より、

$$-\frac{p}{24}l^4 + \frac{C_1}{6}l^3 + \frac{C_2}{2}l^2 = 0$$

境界条件 4 より、

$$-\frac{p}{6}l^3 + \frac{C_1}{2}l^2 + C_2 l = 0$$

これらを連立して解くと、

$$C_1 = \frac{pl}{2}$$

$$C_2 = \frac{pl^2}{12}$$

したがって、

$$y = -\frac{1}{EI}\left(-\frac{p}{24}x^4 - \frac{pl}{12}x^3 + \frac{pl^2}{24}x^2\right) = \frac{p}{24EI}x^2(l+x)(l-x)$$

たわみの最大値は

$$y\left(x = \frac{l}{2}\right) = \frac{pl^4}{384EI}$$

2. 図 2 に示す一端固定・他端自由の長柱について、以下の問いに答えなさい。

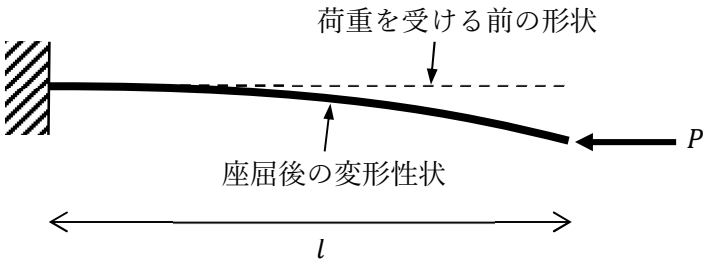
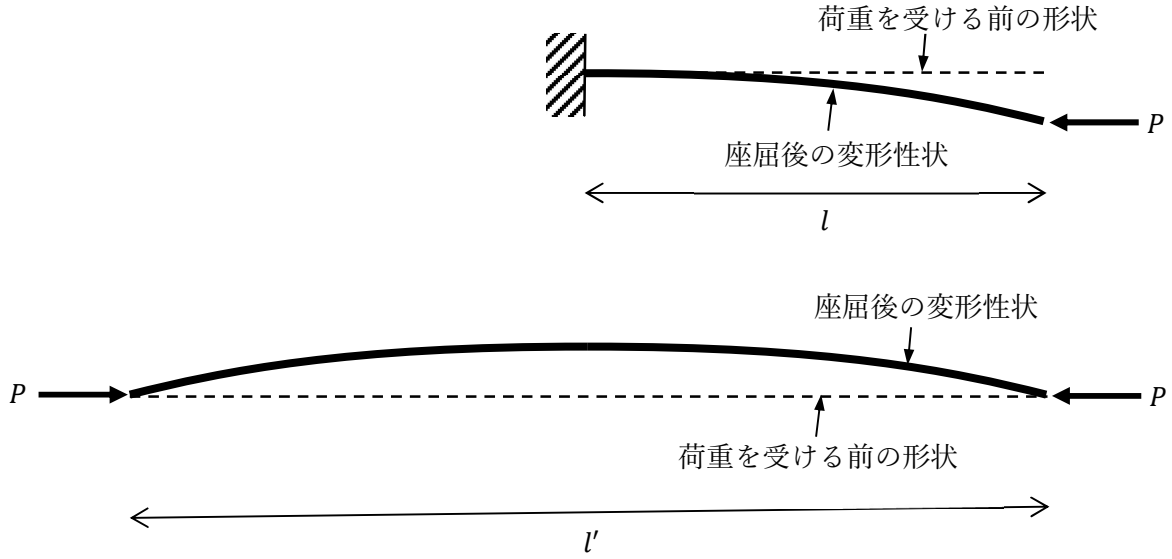


図 2　座屈が生じた一端固定・他端自由の長柱

④ 座屈荷重P_{cr}をl、柱の曲げ剛性EIで表しなさい。

次図のように、一端固定・他端自由の長柱の座屈挙動は、長さが 2 倍の両端ヒンジ長柱の 1 次モードの座屈挙動と等価である。



したがって、$n=1$、$l'=2l$であるから、これをオイラー式に代入して、

$$P_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{4l^2}$$

⑤ 長柱の断面が正方形で、$P=6kN, l=500mm, E=200kN/mm^2$のとき、座屈を生じさせないために必要な断面の幅$b$を求めよ。安全率は考えなくてよい。

正方形断面の断面二次モーメントは

$$I=\frac{b^4}{12}$$

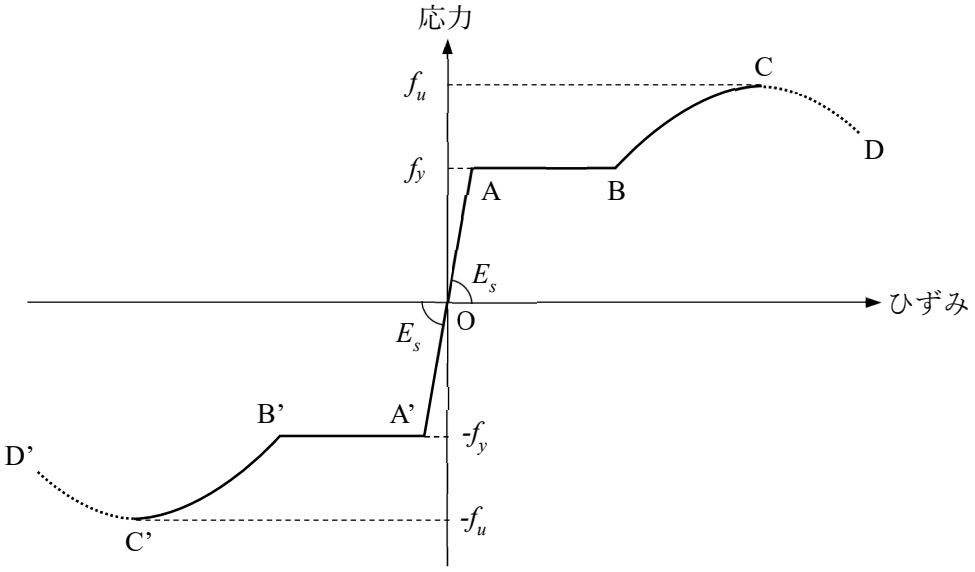
P_{cr}の式に代入してbについて解くと、

$$b=\sqrt[4]{\frac{48Pl^2}{\pi^2 E}}=\sqrt[4]{\frac{48\times 6\times 500^2}{\pi^2\times 200}}\approx 13.8mm$$

3．建設材料の力学挙動について、以下の問いに答えなさい。

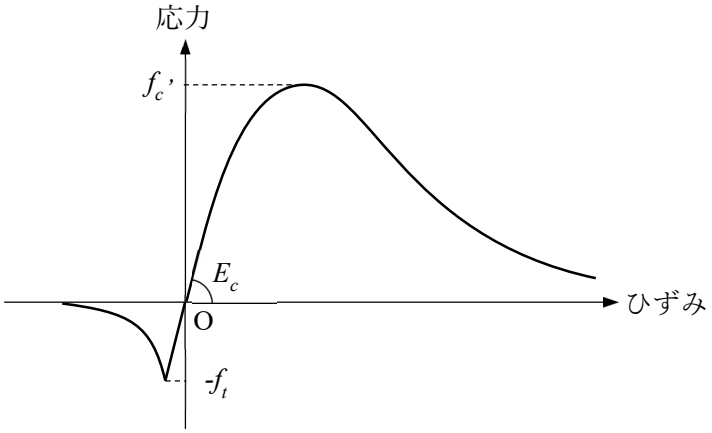
⑥ 鋼の応力－ひずみ関係と破壊プロセスの特徴を述べなさい。

鋼の応力－ひずみ関係の模式図を下図に示す。



座屈が生じなければ、鋼の応力－ひずみ関係は、圧縮側と引張側でほぼ同じ形状となる。応力が降伏強度 f_y に達するまでの弾性域（OA および OA'）では、弾性係数 E_s を傾きとした直線関係となる。応力が降伏強度 f_y に達して降伏すると、応力が一定で、ひずみのみが増加する降伏棚と呼ばれる段階になる（AB および A'B'）。ひずみが一定の大きさになると、応力が再び増加する硬化域（BC および B'C'）となり、応力が最大値（引張強度 f_u）となる。応力が最大値を迎えた後、応力は徐々に減少し、くびれが生じ始め、最終的に破断する（CD および C'D'）。
なお、上図に示した応力－ひずみ関係は公称応力－公称ひずみ関係であり、真応力－真ひずみ関係では、最終段階（CD および C'D'）でも応力が低下しないことが知られている。

⑦ コンクリートの応力－ひずみ関係と破壊プロセスの特徴を述べなさい。
コンクリートの応力－ひずみ関係の模式図を下図に示す。図では、ひずみと応力の正値を圧縮、負値を引張としている。



コンクリートの応力－ひずみ関係は、圧縮側と引張側で異なる形状となる。圧縮強度 f_c' と比べて、引張強度 f_t はかなり小さい。引張側では、応力が引張強度 f_t に達するまでは、応力－ひずみ関係はほぼ直線状となる。応力が引張強度 f_t に達すると顕著なひび割れが発生し、応力が低下する。圧縮側では、応力

が比較的小さい領域では応力－ひずみ関係はほぼ直線であるが、圧縮応力が圧縮強度f_c'の 50%程度を超えると、傾きが徐々に低下してくる。これは、コンクリートの内部に微細なひび割れが発生するためと考えられている。圧縮応力が圧縮強度f_c'に達すると、コンクリートは徐々に圧壊し始め、応力は徐々に低下する。なお、この段階（ポストピークと言う。ピーク後の段階、という意味。）で応力が低下する挙動はコンクリートの強度の影響を受け、強度が高いほど応力が急激に低下し、脆性的な破壊を呈することが知られている。

以上