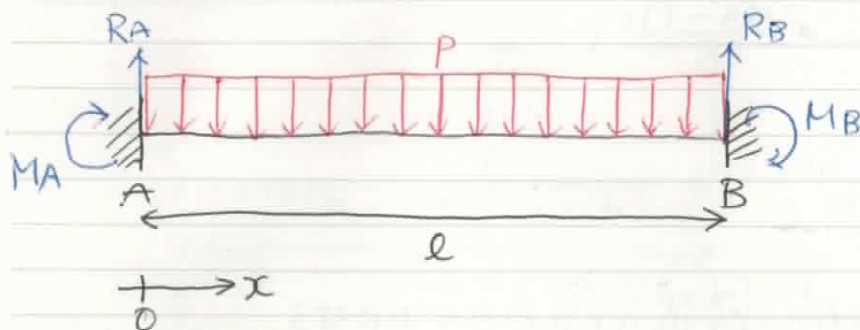


微分方程式による両端固定はりの解法



$$Q(x) = -Px + C_1$$

$$M(x) = -\frac{P}{2}x^2 + C_1x + C_2$$

$$\theta(x) = -\frac{1}{EI} \left(-\frac{P}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3 \right)$$

$$y(x) = -\frac{1}{EI} \left(-\frac{P}{24}x^4 + \frac{C_1}{6}x^3 + \frac{C_2}{2}x^2 + C_3x + C_4 \right)$$

未知数: $R_A, R_B, M_A, M_B, C_1, C_2, C_3, C_4$ の8個.

条件式: $x=0, l$ で $y=0, \theta=0$.

$x=0$ で $Q = R_A, M = M_A$

$x=l$ で $Q = -R_B, M = -M_B$.

} の8個

$x=0$ で $y=\theta=0$ だから、 $C_3=C_4=0$.

$x=l$ で $\theta=0$ より.

$$-\frac{P}{6}l^3 + \frac{C_1}{2}l^2 + C_2l = 0. \quad \dots \textcircled{1}$$

$x=l$ で $y=0$ より.

$$-\frac{P}{24}l^4 + \frac{C_1}{6}l^3 + \frac{C_2}{2}l^2 = 0. \quad \dots \textcircled{2}$$

①②より.

$$C_1 = \frac{Pl}{2}, \quad C_2 = \frac{Pl^2}{12}$$

したがって,

$$Q(x) = -Px + \frac{Pl}{2}$$

$$M(x) = -\frac{P}{2}x^2 + \frac{Pl}{2}x - \frac{Pl^2}{12}$$

$$\theta(x) = -\frac{1}{EI} \left(\frac{P}{6}x^3 - \frac{Pl}{4}x^2 + \frac{Pl^2}{12}x \right)$$

$$= \frac{P}{12EI} x(2x-l)(l-x)$$

$$y(x) = -\frac{1}{EI} \left(\frac{P}{24}x^4 - \frac{Pl}{12}x^3 + \frac{Pl^2}{24}x^2 \right)$$

$$= \frac{P}{24EI} x^2(l+x)(l-x)$$

対称条件から、たねみは $x = \frac{l}{2}$ で最大値をとる。

$$y_{\max} = y\left(x = \frac{l}{2}\right) = \frac{Pl^4}{384EI}$$