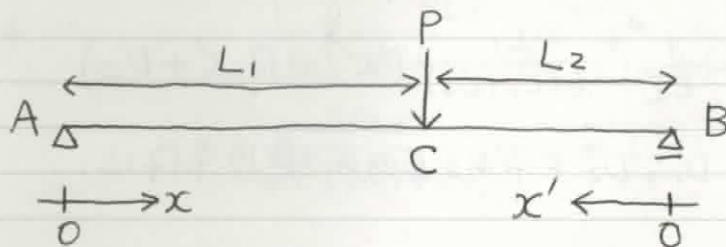


集中荷重が作用する単純ばりのたわみ



ポイント.

たわみが0になる位置を原点とした軸を定義すると、後の計算が楽になる。

区間 AC.

$$\text{曲げモーメント分布 } M(x) = \frac{L_2}{L_1 + L_2} Px.$$

$$\text{たわみ角分布 } \theta(x) = -\frac{1}{EI} \int M(x) dx$$

$$= -\frac{1}{EI} \left(\frac{L_2}{2(L_1 + L_2)} Px^2 + C_1 \right)$$

$$\text{たわみ分布 } y(x) = \int \theta(x) dx$$

$$= -\frac{1}{EI} \left(\frac{L_2}{6(L_1 + L_2)} Px^3 + C_1 x + C_2 \right)$$

区間 BC.

$$\text{曲げモーメント分布 } M(x') = \frac{L_1}{L_1 + L_2} Px'$$

$$\text{たわみ角分布 } \theta(x') = -\frac{1}{EI} \int M(x') dx'$$

$$= -\frac{1}{EI} \left(\frac{L_1}{2(L_1 + L_2)} Px'^2 + D_1 \right)$$

$$\text{たわみ分布 } y(x') = \int_{BC} \theta(x') dx'$$

$$= -\frac{1}{EI} \left(\frac{L_1}{6(L_1+L_2)} P x'^3 + D_1 x' + D_2 \right)$$

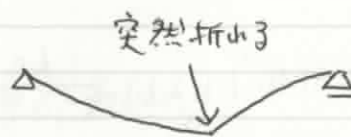
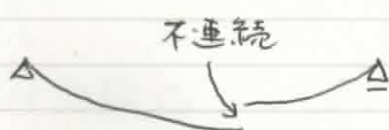
積分定数 C_1, C_2, D_1, D_2 を求めるための境界条件は、

① $x=0$ で $y_{AC}=0$

② $x'=0$ で $y_{BC}=0$

③ $x=L_1$ と $x'=L_2$ の y が一致。) 連続の条件

④ $x=L_1$ と $x'=L_2$ の θ が一致。
(符号逆で)



※このようにはならない、

① ② より、 $C_2 = D_2 = 0$

④ より、

~~$$\frac{L_1}{2(L_1+L_2)} PL_1^2 + D_1$$~~

$$\frac{L_2}{2(L_1+L_2)} PL_2^2 + C_1 = -\frac{L_1}{2(L_1+L_2)} PL_2^2 + D_1$$

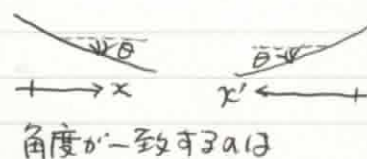
③ より、

$$\frac{L_2}{6(L_1+L_2)} PL_1^3 + C_1 L_1 = \frac{L_1}{6(L_1+L_2)} PL_2^3 + D_1 L_2$$

上記の連立方程式を解くと、

$$C_1 = -\frac{PL_1 L_2}{6(L_1+L_2)} (L_1 + 2L_2), \quad D_1 = \frac{\sqrt{PL_1 L_2}}{6(L_1+L_2)} (2L_1 + L_2)$$

(注) $\theta_{AC}(x=L_1) = -\theta_{BC}(x'=L_2)$



したがって,

$$\begin{aligned}
 y_{AC}(x) &= -\frac{1}{EI} \left(\frac{PL_2}{6(L_1+L_2)} x^3 - \frac{PL_1L_2}{6(L_1+L_2)} (L_1+2L_2)x \right) \\
 &= -\frac{PL_2}{6EI(L_1+L_2)} (x^3 - L_1(L_1+2L_2)x) \\
 &\quad \text{(区間 AC)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_{BC}(x') &= -\frac{1}{EI} \left(\frac{L_1}{6(L_1+L_2)} Px'^3 - \frac{PL_1L_2}{6(L_1+L_2)} (2L_1+L_2)x' \right) \\
 &= -\frac{PL_1}{6EI(L_1+L_2)} (x'^3 - L_2(2L_1+L_2)x') \quad \text{(区間 BC)}
 \end{aligned}$$

たわみが最大となる位置 = たわみの変曲点 = たわみ角が0になる位置
 $L_1 > L_2$ であれば、区間 AC 内にある。

$$\begin{aligned}
 \theta_{AC}(x) &= -\frac{1}{EI} \left(\frac{PL_2}{2(L_1+L_2)} x^2 - \frac{PL_1L_2}{6(L_1+L_2)} (L_1+2L_2) \right) \\
 &= -\frac{PL_2}{6(L_1+L_2)EI} (3x^2 - L_1(L_1+2L_2)) = 0.
 \end{aligned}$$

$$x = \sqrt{\frac{L_1(L_1+2L_2)}{3}}$$

$$\text{たわみの最大値 } y_{\max} = y_{AC} \left(\sqrt{\frac{L_1(L_1+2L_2)}{3}} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{PL_2}{6EI(L_1+L_2)} \left(\frac{L_1(L_1+2L_2)}{3} \sqrt{\frac{L_1(L_1+2L_2)}{3}} - L_1(L_1+2L_2) \sqrt{\frac{L_1(L_1+2L_2)}{3}} \right) \\
 &= \frac{PL_2(L_1(L_1+2L_2)) \sqrt{L_1(L_1+2L_2)}}{9\sqrt{3}EI(L_1+L_2)}
 \end{aligned}$$

No. _____

Date. _____

