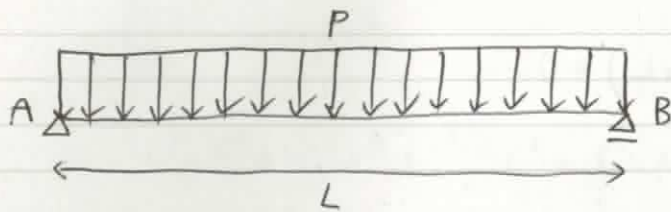
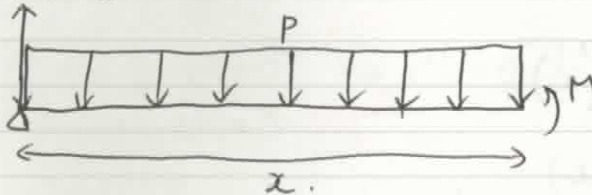


等分布荷重を受ける単純はりのたわみ



支点反力 $R_A = R_B = \frac{1}{2} PL$

$R_A = \frac{1}{2} PL$



E-メントの釣り合い

$$\frac{1}{2} PLx - Px \times \frac{1}{2} x - M = 0$$

$$\therefore M = \frac{P}{2} x(L-x)$$

$$= -\frac{P}{2} x^2 + \frac{PL}{2} x$$

たわみ曲線

$$y = -\frac{1}{EI} \iint M dx^2$$

$$= -\frac{P}{2EI} \iint (x^2 - Lx) dx^2$$

$$= \frac{P}{2EI} \int \left(\frac{1}{3} x^3 - \frac{L}{2} x^2 + \underbrace{C_1}_{\text{積分定数}} \right) dx$$

$$= \frac{P}{2EI} \left(\frac{1}{12} x^4 - \frac{L}{6} x^3 + C_1 x + C_2 \right) \quad \text{--- ①}$$

積分定数 C_1, C_2 を求めるための境界条件.

たわみ y が既知の点がある。それは.

① $x=0$ で $y=0 \quad \therefore C_2=0.$

② $x=L$ で $y=0.$

~~式①に代入~~

$x=L$ を式①に代入すると、

$$\frac{P}{2EI} \left(\frac{1}{12} L^4 - \frac{1}{6} L^4 + C_1 L \right) = 0.$$

$$\frac{1}{12} L^3 - \frac{1}{6} L^3 + C_1 = 0$$

$$\therefore C_1 = \frac{1}{6} L^3 - \frac{1}{12} L^3 = \frac{1}{12} L^3$$

したがって、たわみ曲線は、

$$y = \frac{P}{2EI} \left(\frac{1}{12} x^4 - \frac{1}{6} x^3 + \frac{L^3}{12} x \right)$$

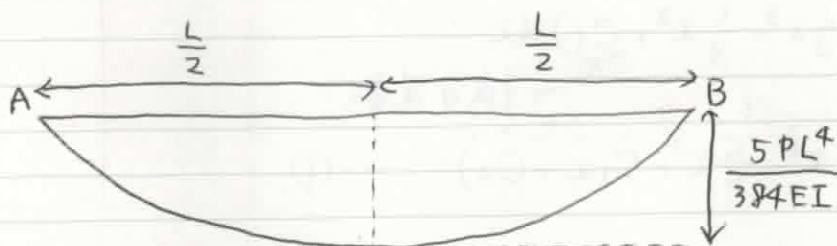
$$= \frac{P}{12EI} \left(\frac{1}{2} x^4 - L x^3 + \frac{L^3}{2} x \right)$$

次へ"と比べたため、残り

対称条件から、 $x = \frac{L}{2}$ でたわみが最大となる。

$$y_{\max} = \frac{P}{12EI} \left(\frac{1}{2} \left(\frac{L}{2} \right)^4 - L \left(\frac{L}{2} \right)^3 + \frac{L^3}{2} \cdot \frac{L}{2} \right)$$

$$= \frac{5PL^4}{384EI}$$



$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{1}{EI} P(x) \text{ を使う方法.}$$

$$y = \frac{1}{EI} \int \int \int \int P(x) dx^4.$$

$$= \frac{1}{EI} \left(\frac{P}{24} x^4 + \frac{C_1}{6} x^3 + \frac{C_2}{2} x^2 + C_3 x + C_4 \right)$$

積分定数 C_1, C_2, C_3, C_4 を求めるための境界条件.

$$\textcircled{1} x=0 \text{ で } y=0 \rightarrow C_4=0$$

$$\textcircled{2} x=L \text{ で } y=0.$$

$$\textcircled{3} x=0 \text{ で } M=0 \rightarrow C_2=0.$$

$$\textcircled{4} x=L \text{ で } M=0.$$

$$M = \int \int P(x) dx^2 = \frac{P}{2} x^2 + C_1 x + C_2$$

条件①.

$$\frac{P}{2} L^2 + C_1 L = 0. \quad \therefore C_1 = -\frac{PL}{2}$$

条件②.

$$\frac{P}{24} L^4 - \frac{PL}{12} L^3 + C_3 L = 0 \quad \therefore C_3 = \frac{PL^3}{24}$$

したがって、たわみ曲線は.

$$y = \frac{1}{EI} \left(\frac{P}{24} x^4 - \frac{PL}{12} x^3 + \frac{PL^3}{24} x \right)$$

$$= \frac{P}{12EI} \left(\frac{1}{2} x^4 - Lx^3 + \frac{L^3}{2} x \right)$$