

不静定はり②

Statically Indeterminate Beams (2)

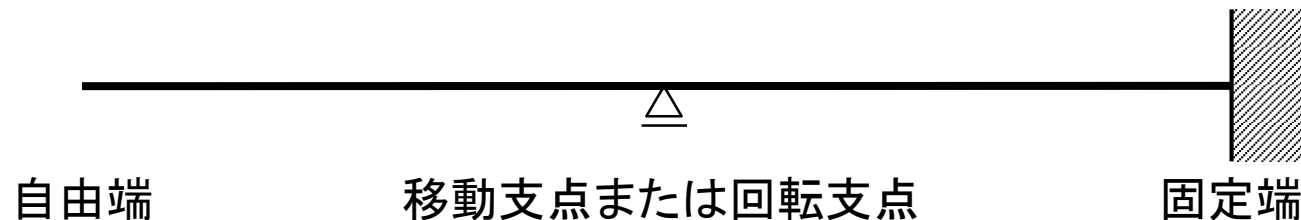
松本浩嗣

MATSUMOTO Koji

微分方程式による解法

静定はりも不静定はりも、直線はりのたわみ微分方程式(右式)を用いて解くことができる。

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q$$



自由端

鉛直反力とモーメント反力が0

$$\Rightarrow M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \text{ かつ } Q = -EI \frac{d^3 y}{dx^3} = 0$$

その代わり、たわみとたわみ角が未知

移動支点または回転支点

モーメント反力とたわみが0

$$\Rightarrow M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \text{ かつ } y = 0$$

その代わり、鉛直反力とたわみ角が未知

固定端

たわみとたわみ角が0

$$\Rightarrow y = 0 \text{ かつ } \theta = \frac{dy}{dx} = 0$$

その代わり、鉛直反力とモーメント反力が未知

支点反力がひとつ増える(不静定次数が1増える)ごとに、
未知数が1つ増える+条件式も1つ増える **だから解ける**

- はりの両端には支持点があるので、4つの支持条件がある。 There are four support conditions since there are two supports at two ends
- 荷重が作用する点(荷重点)の左右のはりのたわみ式は異なる。従って、荷重点において、別の4つの境界条件式が必要となる。 When there is loading point, deflection equations are different between both sides of loading point. Thus we need additional four B.C.
 - たわみとたわみ角の連続式
Continuation of deflection and slope $y_{\text{right}} = y_{\text{left}} \quad \theta_{\text{right}} = \theta_{\text{left}}$
 - 曲げモーメントと鉛直方向力の釣合式
Equilibrium of moment and vertical forces $\sum M = 0 \quad \sum V = 0$

等分布荷重 p が全スパンに作用する場合 Case of uniformly distributed load q over span

$$Q = -px + C_1$$

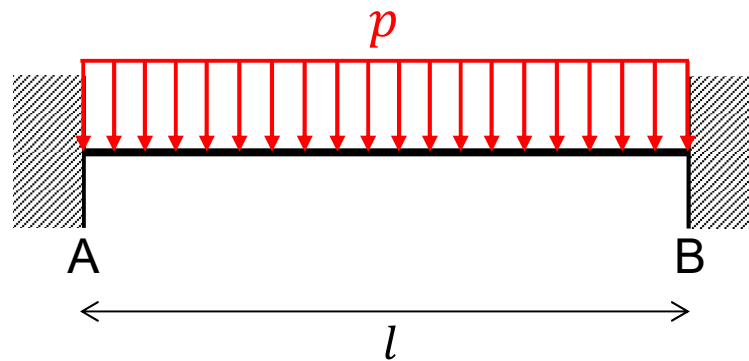
$$M = -\frac{p}{2}x^2 + C_1x + C_2$$

$$\theta = -\frac{1}{EI} \left(-\frac{p}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3 \right)$$

$$y = -\frac{1}{EI} \left(-\frac{p}{24}x^4 + \frac{C_1}{6}x^3 + \frac{C_2}{2}x^2 + C_3x + C_4 \right)$$

例題

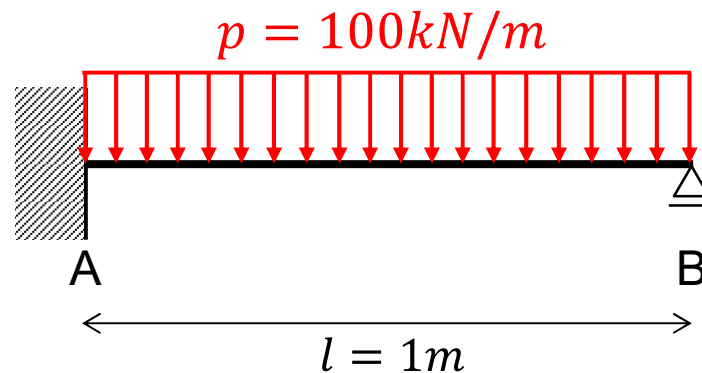
次の両端固定はりの反力とたわみ分布を、微分方程式による解法で求めよ。ただし、曲げ剛性は EI とする。



板書内容⑤を確認すること

レポート課題

下図に示す一端固定・他端移動支点はりのたわみ分布を、微分方程式による解法で求めなさい。ただし、はりの曲げ剛性 $EI = 1.0 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ とする。



提出期限

2020年7月6日(月)