# 不静定はり①
# Statically Indeterminate Beams (1)

松本浩嗣
MATSUMOTO Koji

# 不静定はりの条件 Conditions for statically indeterminate beams

**静定はりの条件 conditions for statically determinate beams**

$$\sum H=0,\ \sum V=0,\ \sum M=0$$

支点反力の数が釣合条件の数(3)以下である
Number of reactions at supports is less than number of equilibrium (3)

→連立方程式が解ける

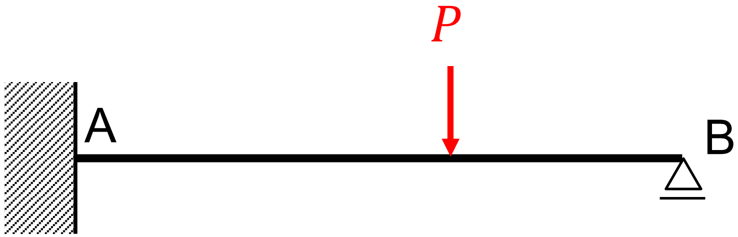
**不静定はりの条件 conditions for statically indeterminate beams**

- 支点反力の数が3より多い number of reactions at support is more than 3
- 不静定反力 statically indeterminate reaction: 余分な反力 excessive reactions

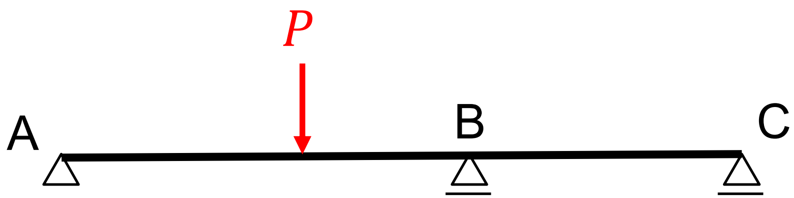
→連立方程式が解けない

板書内容④-1を確認すること

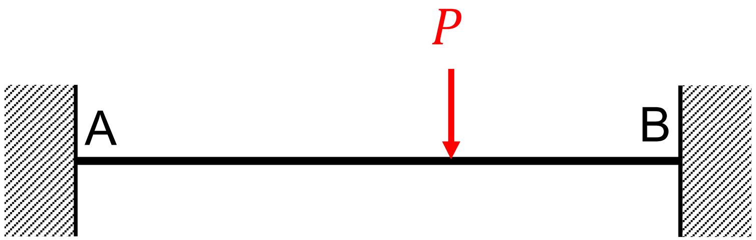
# 不静定構造物の例



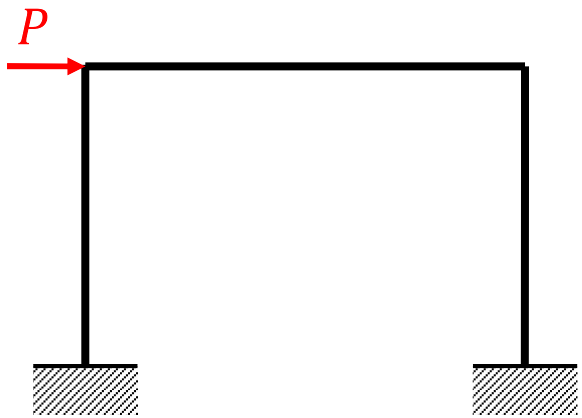

不静定次数$n$=1




不静定次数$n$=1




不静定次数$n$=2




不静定次数$n$=3

# 不静定次数の判別式

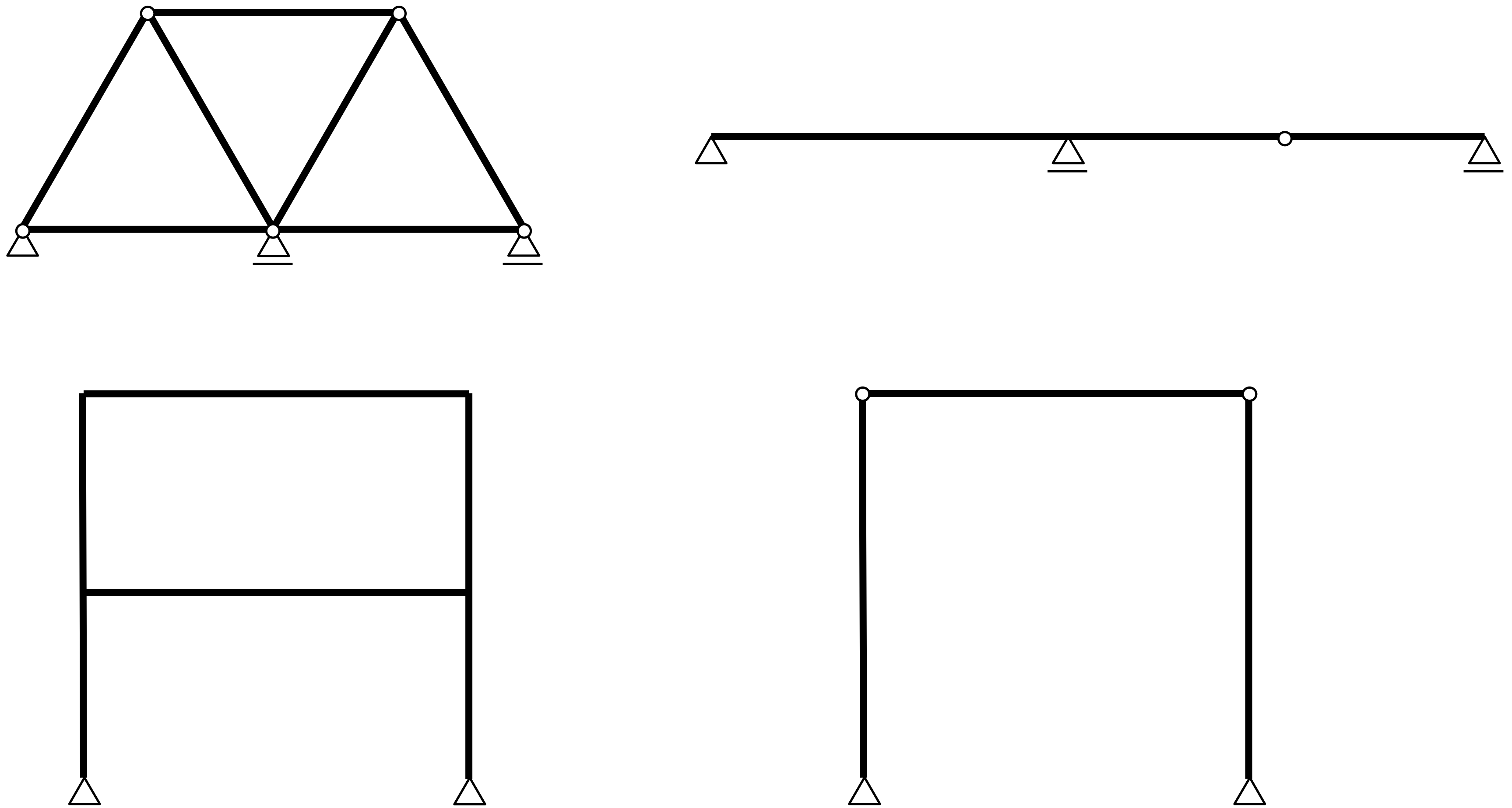
$$n = m + s + r - 2k$$

$$\left(\begin{array}{l} n:\text{不静定次数} \\ m:\text{反力数} \\ s:\text{部材数} \\ r:\text{剛接合部材数} \\ k:\text{節点数} \end{array}\right)$$

$n = 0$ならば、安定かつ静定
$n > 0$ならば、安定かつ不静定
$n < 0$ならば、不安定

## 例題

次の構造物の安定、不安定を判別し、不静定次数を求めよ。



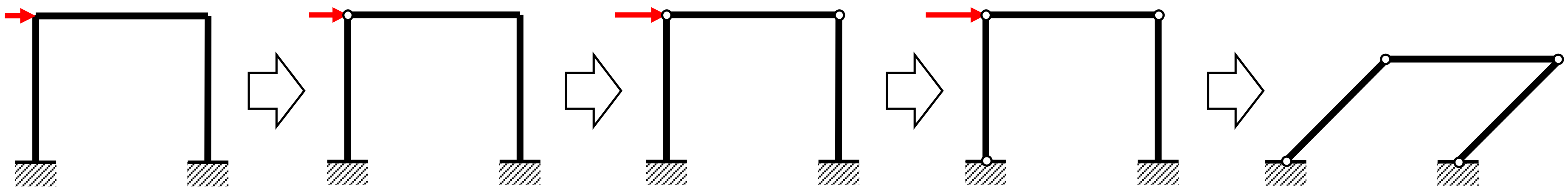
板書内容④-2を確認すること

# 不静定次数を求めることに、何の意味があるのか？

（公務員試験に出るから、という理由はさておき）

不静定次数が多い
⇒その分だけ、各部材が壊れながら、全体系が崩壊してゆく。
つまり、全体が崩壊するまでに余裕がある。
不静定次数：Degree of redundancy（直訳＝どのくらいの余剰があるか。冗長度・冗長性）
デメリット：設計が複雑、温度応力が大きい

静定構造物：
ある部材の破壊＝全体系の崩壊　突然壊れる

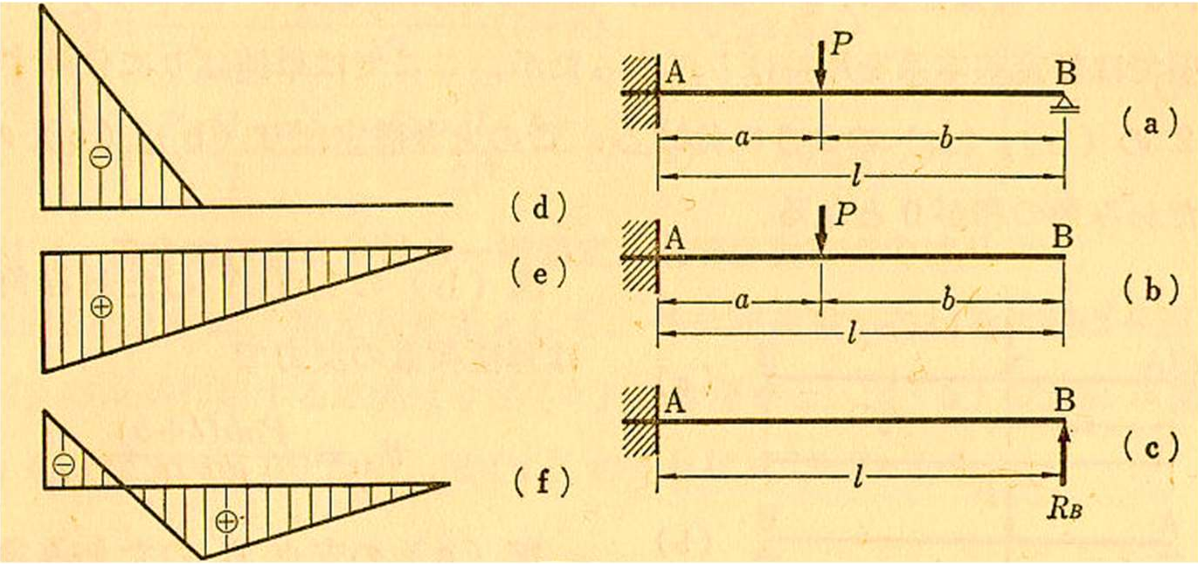


$n$=3　$n$=2　$n$=1　$n$=0　$n$=-1（崩壊）

# 静定基本形による解法 Solution by basic statically determinate beams

単一荷重を受ける一端固定，他端移動支点はり（解法１）beam subjected to a point loading whose supports are fixed at one end and movable at other end (solution 1)

- 不静定次数は1 degree of redundancy is 1




**不静定系 Statically indeterminate system**

||

静定系1 Statically determinate system 1

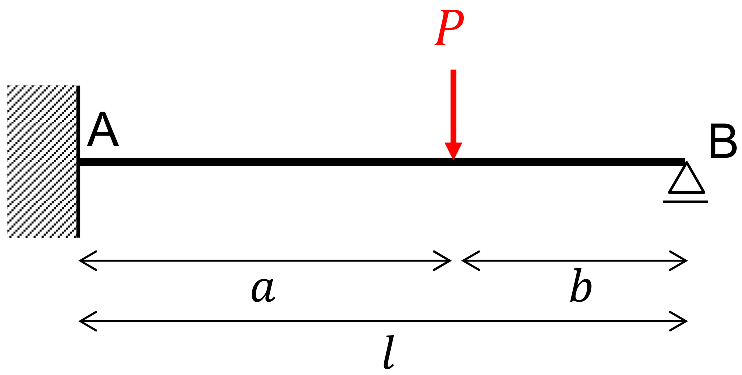
＋

静定系2 Statically determinate system 2

静定系1と静定系2との和が不静定系と等価になるようにする．等価となる条件は「点Bでのたわみが0」である． The summation of statically determinate systems 1 and 2 is to be equivalent to the statically indeterminate system. The equivalent condition is “deflection at point B is zero”.

補足として、板書内容④-3を確認すること

# 例題




解法1を用いて、たわみ分布を描け。
ただし、はりの曲げ剛性はEIとする。

板書内容④-4を確認すること

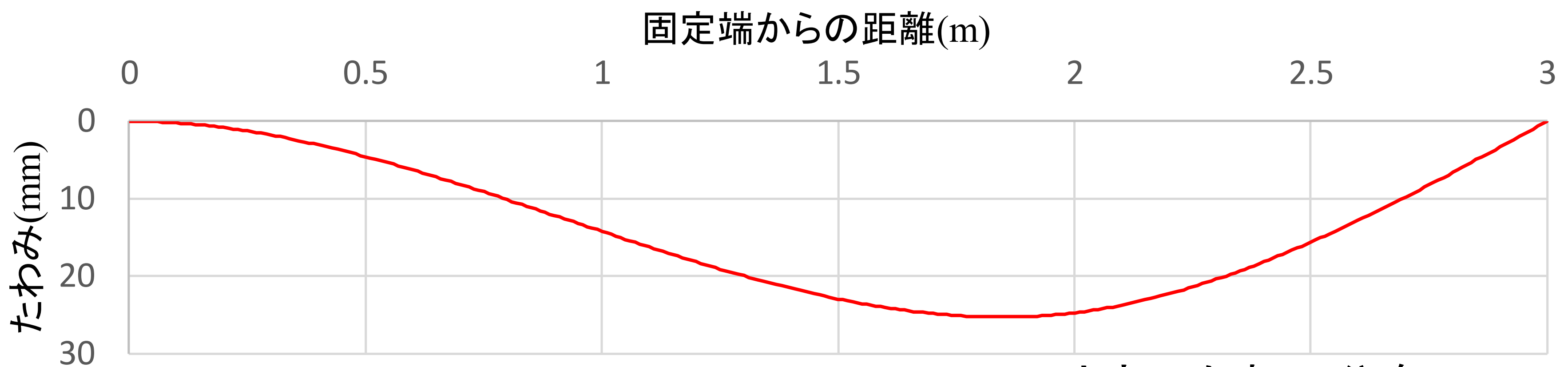
## （板書内容④-4の続き）

静定系①と静定系②のたわみを足し合わせると、たわみ分布は
By summing up the deflection of statically determinate system 1 and 2, the deflection distributions become

$$y = \frac{Px^2}{6EI}(3a - x) + \frac{Pa^2(3l - a)x^2}{12EIl^3}(x - 3l) \qquad \text{for } 0 \le x \le a$$

$$y = \frac{Pa^2}{6EI}(3x - a) + \frac{Pa^2(3l - a)x^2}{12EIl^3}(x - 3l) \qquad \text{for } a < x \le l$$

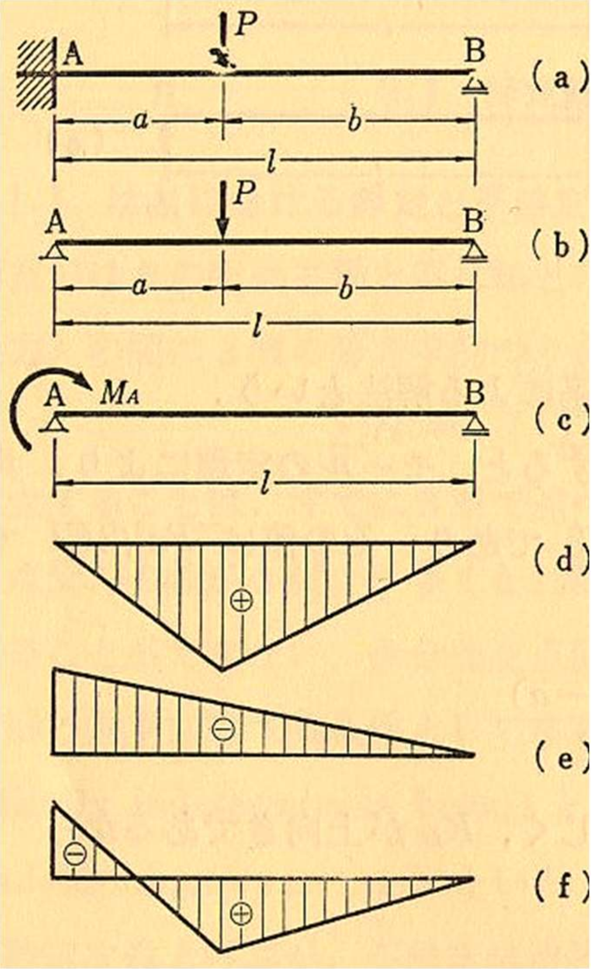
図示すると The graph is below.




$P$=100kN, $a$=2m, $b$=1m, $EI$=1.0x10$^6$(N･m$^2$)のときのたわみ分布

# 単一荷重を受ける一端固定，他端移動支点はり（解法2）beam subjected to a point loading whose supports are fixed at one end and movable at other end (solution 2)

- 静定ばりのたわみをモーメント図から求める Obtain deflections of statically determinate systems from moment diagrams




**不静定系 Statically indeterminate system**

静定系1 Statically determinate system 1

静定系2 Statically determinate system 2

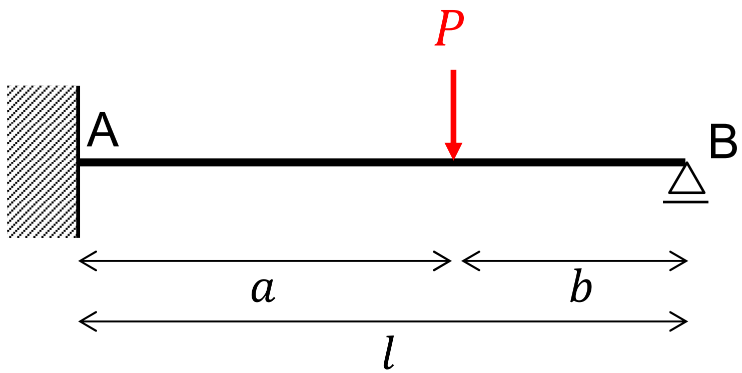
静定系1と静定系2との和が不静定系と等価になるようにする．等価となる条件は「点Aでのたわみ角が0」である． The summation of statically determinate systems 1 and 2 is to be equivalent to the statically indeterminate system. The equivalent condition is “slope at point A is zero”.

The slope at point A in system 1: $\theta_{\mathrm{at\ A}} = \dfrac{Pab(l+b)}{6EIl}$

The slope at point A in system 2: $\theta_{\mathrm{at\ A}} = \dfrac{M_A l}{3EI}$

Since the summation of slope is zero, $M_A = -\dfrac{Pab(l+b)}{2l^2}$

# 例題

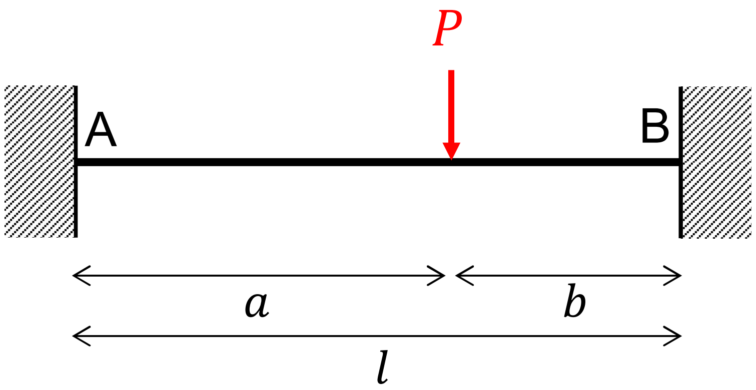



解法2を用いて、たわみ分布を描け。
ただし、はりの曲げ剛性はEIとする。

板書内容④-5を確認すること

## 例題

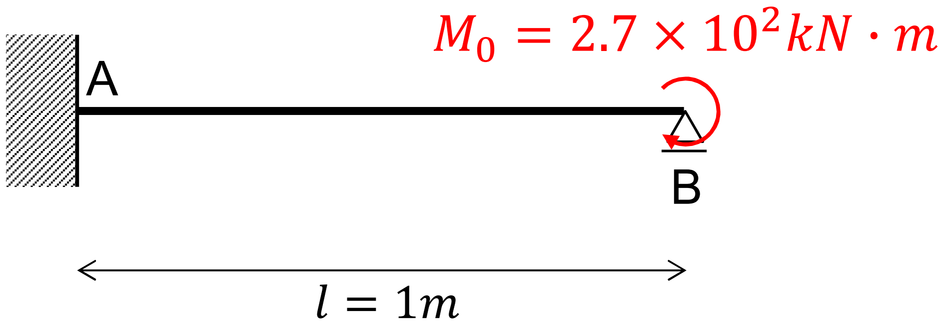
次の両端固定はりの反力を求めよ。ただし、曲げ剛性は$EI$とする。




板書内容④-6を確認すること

# レポート課題

下図に示す一端固定・他端移動支点はりの反力とたわみ分布を求めなさい。ただし、はりの曲げ剛性$EI = 1.0 \times 10^6\ N \cdot m^2$とする。




## 提出期限

2020年6月30日（火）