

2026年4月入学・2025年10月入学

北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻、人間機械システムデザイン専攻、
エネルギー環境システム専攻、量子理工学専攻

応用量子科学系研究室群

専門科目試験問題

応用数学

試験期日：2025年8月19日（火）

時 間：9:00～12:00

この問題冊子には計4問（このページを含めて5枚）の問題が含まれています。全4問の全てに解答しなさい。

問題冊子以外には、答案用紙4組（2枚一組）と草案紙4枚を配布します。各組の答案用紙は問題ごとに使用し、全ての答案用紙に問題の番号を明記しなさい。答案用紙のホッチキス止めをはずしてはいけません。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 携帯電話、スマートフォンは電源を切り、カバン等にしまいなさい。身につけてはいけません。また、時計のアラームも使用を禁止しますので音のならないように設定しなさい。
3. 試験中、机上には、受験票、鉛筆（黒）、シャープペンシル（黒）、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、および計時機能だけの時計以外を置くことはできません。
4. 全ての答案用紙、草案紙の上欄に科目名、受験番号等を記入し、問題冊子にも受験番号を記入しなさい。
5. 各問題用の2枚一組の答案用紙が不足した場合は「裏面に続く」と明記した上で、裏面を用いることができます。
6. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び答案用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
7. 問題冊子の余白等は利用可能ですが、冊子を分解してはいけません。
8. 試験終了後、答案用紙だけでなく、問題冊子、草案紙も回収します。

受験番号	
------	--

科目名	応用数学
-----	------

問1 微分方程式に関する以下の設問に答えなさい。ただし、 $y = y(x)$ であり、 y', y'', y''' はそれぞれ1階、2階、3階の導関数とする。

(1) 以下の微分方程式の一般解を求めなさい。

(1-1) $y - x^3 y' = 0$

(1-2) $y' = \frac{y-x}{y-x-1}$

(1-3) $(2x - 3y + 1) - (3x - 4y + 2)y' = 0$

(1-4) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0$

(1-5) $y'' - 3y' + 2y = 4x^2 + 10 \sin x$

(2) 1階の線形微分方程式 $y' + P(x)y = Q(x)$ の一般解が以下の式で与えられることを導出しなさい。ただし $P(x), Q(x)$ は任意の x の関数とし、 c は任意定数とする。

$$y = e^{-\int P(x)dx} \left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx} dx + c \right)$$

(3) 以下の2つの関数の組が線形独立であることを示しなさい。さらに、これら2つの関数を解とする2階同次線形微分方程式を求めなさい。

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = x$$

(次頁に続く)

問2 ベクトル解析に関する以下の設問に答えなさい。ただし各設問において、 i, j, k はデカルト座標系 (x, y, z) における x, y, z の各方向の単位ベクトルとする。

- (1) ベクトル a と b (ただし、 $a \neq 0, b \neq 0$ とする) に対し、実数 t を $|a + tb|$ が最小となるように選ぶとき、 $|tb|^2 + |a + tb|^2 = |a|^2$ が成り立つことを示しなさい。
- (2) xy 平面上の原点を中心とする半径 a ($a > 0$) の円周上において、点 $(a, 0)$ から点 $(0, a)$ までの円弧を C とする (反時計回りが正)。次の小問に答えなさい。
 - (2-1) この円弧 C 上の点を、始点 $(a, 0)$ からの弧長 s を用いて媒介変数表示しなさい。その際、 s の取り得る範囲を明示すること。
 - (2-2) スカラー場 $\phi = x^3y$ について線積分 $\int_C \phi ds$ を求めなさい。
- (3) 方程式 $xy^3z^2 = 4$ で表される曲面 S を考える。 S 上の点 $r_0 = (-1, -1, 2)$ における単位法線ベクトルを求めなさい。また、点 r_0 における S の接平面を表す方程式を求めなさい。
- (4) $r = xi + yj + zk$ とし、 $r = |r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ とするとき、次の小問に答えなさい。ただし、 $r = 0$ は除く。
 - (4-1) ∇r^n を求めなさい。
 - (4-2) $\nabla^2 r^n = 0$ となるような整数 n をすべて求めなさい。
- (5) 次の曲面 S の面積を求めなさい。
 - (5-1) $S: z = x^2 + y^2, z \leq 1$
 - (5-2) $S: z = \frac{2}{3} \left(x^{\frac{3}{2}} + y^{\frac{3}{2}} \right), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$
- (6) 点 $P(0, 1, 0), Q(0, 0, 2), R(1, 0, 0)$ を頂点とする三角形の境界線 C を考える。この境界線は $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow P$ の向きをもつものとする。ベクトル場 $F = 2zi + (8x - 3y)j + (3x + y)k$ について、境界線 C に沿った積分 $\int_C F \cdot dr$ を、ストークスの定理を用いて求めなさい。

問3 複素解析に関する以下の設問に答えなさい。ただし、 z は複素数であり、 i は虚数単位をあらわす。

- (1) $z = 1 + i$ のとき、 z の3乗根を求めなさい。
 (2) $z = x + iy$ とするとき、以下の関係を満たす x と y の方程式を求め、複素平面上に図示しなさい。ただし、 x と y は実数とする。

$$|z - 1| - |z + 1| = 1$$

- (3) $u(x, y) = -3x^2y + y^3$ が調和関数であることを示し、 $u(x, y)$ を実部とする正則関数を求めなさい。
 (4) 以下の積分を求めなさい。

$$(4-1) \int_C \frac{z^2 + z}{(z - i)^2} dz, \quad C: |z| = 2$$

$$(4-2) \int_C \frac{z}{z^2 + 2iz + 3} dz, \quad C: |z| = 4$$

- (5) 次の関数 $f(z)$ を $z = 2$ の周りでローラン展開しなさい。

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + z - 6} \quad (0 < |z - 2| < 5)$$

- (6) 留数定理を用いて次の実関数の積分を求めなさい。

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2 + \sin \theta} d\theta$$

問4 フーリエ変換・ラプラス変換に関する以下の設問に答えなさい。

- (1) 複素数値関数 $x(t)$, $X(\omega)$ のそれぞれのフーリエ変換、フーリエ逆変換が、次のように定数 A_+ , A_- を含む形で与えられている。

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = A_+ \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt, \quad \mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\} = A_- \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{+i\omega t} d\omega$$

$\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{x(t)\}\} = x(t)$ が成り立つために必要な A_+ , A_- の条件を、左辺の評価に現れる二つの積分が可換なことと次の関係が成り立つことを用いて導きなさい。

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(t-\tau)} d\omega = 2\pi \delta(t-\tau) \quad (\delta \text{ はディラックの } \delta \text{ 関数を表す})$$

- (2) 関数 $f(t)$ は $t \geq 0$ で区分的に連続な関数として定義されており、次のラプラス変換が有界であるとする。

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (s: \text{複素数})$$

以下の小問に答えなさい。ただし、いずれの小問においても、ラプラス変換 $\mathcal{L}\{f(t)\}$ について、 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) e^{-st} = 0$ を満たす s が選ばれているものとする。

- (2-1) $\mathcal{L}\{t\}$ を計算しなさい。
 (2-2) $\mathcal{L}\{\sin \omega t\}$ (ω : 実数) を計算しなさい。
 (2-3) $\mathcal{L}\{t \sin \omega t\}$ (ω : 実数) を計算しなさい。必要であれば、 $\mathcal{L}\{t f(t)\} = -\frac{d}{ds} F(s)$ を利用してもよい。
 (2-4) 前問までの結果を用いて、次の積分を計算しなさい。

$$\int_0^{\infty} t e^{-2t} \sin t dt$$

- (3) 実関数 $\phi(x, t)$ は、位置 x が $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 、時刻 t が $t \geq 0$ の区間において定義されており、次の偏微分方程式と境界条件と初期条件を満たす。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad \begin{cases} \text{境界条件: } \phi'_x(0, t) = 0, \quad \phi(\frac{\pi}{2}, t) = 0 & (\phi'_x(x, t) = \frac{\partial \phi}{\partial x}) \\ \text{初期条件: } \phi(x, 0) = \cos x + \cos 3x \end{cases}$$

$\phi(x, t)$ を次の手順で求めなさい。

- (3-1) $\phi(x, t)$ を $\phi(x, t) = X(x)T(t)$ と表されるものと仮定する。このときの $X(x)$ と $T(t)$ のそれぞれが満足する方程式を示しなさい。
 (3-2) 境界条件を用いて、 $X(x)$ の方程式に関する固有値と、それに属する固有関数を求めなさい。
 (3-3) 上で求めた固有関数を用いて、 $\phi(x, t)$ の一般解を求めなさい。
 (3-4) 初期条件を用いて、 $\phi(x, t)$ を求めなさい。

2026年4月入学・2025年10月入学
北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻、人間機械システムデザイン専攻、
エネルギー環境システム専攻、量子理工学専攻

応用量子科学系研究室群

専門科目試験問題

電磁気学・電気回路、材料科学・物理化学、原子物理・原子炉工学

試験期日：2025年8月19日（火）

時 間：13:30～16:30

この問題冊子には3科目計9問の問題（このページを含めて12枚）が含まれています。計9問から3問（一つの科目から3問を選ぶ必要はありません）を選択し、解答しなさい。

問題冊子以外には、答案用紙1組（3枚一組）と草案紙3枚と選択票を配布します。それぞれの問題ごとに1枚の答案用紙を使用し、全てに科目名と問題の番号を明記しなさい。答案用紙のホッチキス止めをはずしてはいけません。選択票には解答開始後に選択した3問に○を記入しなさい。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
2. 携帯電話、スマートフォンは電源を切り、カバン等にしまいなさい。身につけてはいけません。また、時計のアラームも使用を禁止しますので音のならないように設定しなさい。
3. 試験中、机の上には、受験票、鉛筆（黒）、シャープペンシル（黒）、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、計時機能だけの時計、および電卓以外を置くことはできません。
4. 全ての答案用紙、草案紙の上欄に科目名、受験番号等を記入し、問題冊子にも受験番号を記入しなさい。
5. 各問題用の答案用紙が不足した場合は「裏面に続く」と明記した上で、裏面を用いることができます。
6. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び答案用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
7. 問題冊子の余白等は利用可能ですが、冊子を分解してはいけません。
8. 試験終了後、答案用紙だけでなく、選択票、問題冊子、草案紙も回収します。

受験番号	
------	--

問1 xyz 直交座標系の $z \leq 0$ の領域が導体である。導体は接地されており、 x 方向および y 方向に無限に広がっている。 $z > 0$ は真空であり、その誘電率は ϵ_0 である。電荷量 $+q$ の点電荷 Q が位置 $(x, y, z) = (0, 0, h)$ ($h > 0$) に置かれている。

- (1) $z > 0$ における電位分布 $\phi(x, y, z)$ を求めなさい。
- (2) 点電荷 Q に働く力の大きさと方向を求めなさい。
- (3) $z > 0$ における電場分布 $E(x, y, z)$ を求めなさい。
- (4) $z = 0$ の導体面上における面電荷密度分布 $\sigma(x, y)$ を求めなさい。
- (5) $z = 0$ の導体面上に誘起される電荷の総量を求めなさい。

問2 電流が作る磁場と、電流が磁場から受ける力に関する以下の問いに答えなさい。なお、回路はすべて真空中にあるものとし、電流が流れる導線の太さは無視できるものとする。また、真空中の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 図 1-1 のように、三角形 ABC の導線回路に電流 I が流れているとき、この三角形の内心に生じる磁束密度の大きさ B をビオ・サバールの法則を用いた計算によって求めなさい。なお、内心から各辺までの距離を L 、 $\angle BAC = \theta_A$ 、 $\angle ABC = \theta_B$ 、 $\angle ACB = \theta_C$ とする。
- (2) 図 1-2 のように、半径 r の円に内接する正 n 角形 (例として図 1-2 では正五角形) の回路に電流 I が流れているとき、正 n 角形の中心の磁束密度の大きさ B をビオ・サバールの法則を用いた計算によって求めなさい。また、 n が無限大のとき、半径 r の円形回路の中心の磁束密度の大きさと一致することを示しなさい。なお、円形回路の中心の磁束密度の大きさもビオ・サバールの法則を用いた計算によって求めること。
- (3) 図 1-3 のように、半径 r の円形回路に電流 I を流し、磁束密度の大きさ B の一様な磁場に置いたとする。円形回路が作る面は磁場と平行である。この場合の円形回路が受ける偶力のモーメントを求めなさい。

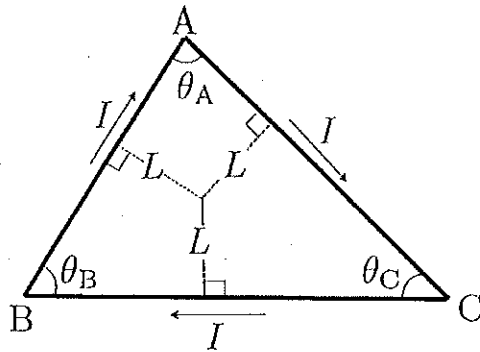


図 1-1

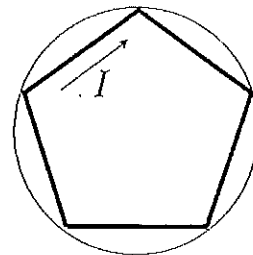


図 1-2

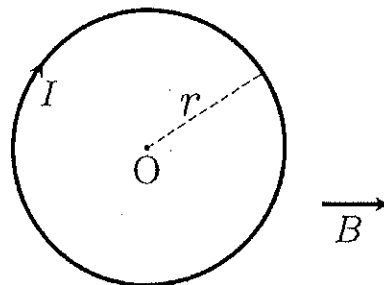


図 1-3

問3 図2に示す電気回路に関する以下の問いに答えなさい。ただし、 R_1 および R_2 は抵抗1および抵抗2の抵抗値、 C_1 および C_2 はコンデンサー1およびコンデンサー2の静電容量である。

(1) 電圧源の両端電圧が

$$e(t) = E_0 \cos \omega t$$

のように時間変化する交流電圧であり、 E_0 は交流電圧の振幅、 ω は角周波数であるとする。また、スイッチ2が開いた状態で、スイッチ1を閉じてから十分に時間が経過し、回路が定常状態にあったとする。

(1-1) 抵抗1を流れる交流電流の振幅および $e(t)$ との位相差を求めなさい。

(1-2) この回路で消費される電力を求めなさい。

(2) 電圧源の両端電圧が V で時間的に一定の直流電圧であるとする。また、スイッチ1およびスイッチ2が開いた状態でコンデンサー1およびコンデンサー2には電荷が蓄積されていなかったとする。

(2-1) スwitch2を開いたままで、スイッチ1を閉じた。スイッチ1を閉じた時刻を $t=0$ とし、 $t>0$ において抵抗1を流れる電流の時間変化を求めなさい。

(2-2) スwitch1を閉じてから十分に時間が経過し、回路が定常状態に達した後、コンデンサー1に蓄積されるエネルギーを求めなさい。

(3) (2)の状態十分に時間が経過し、回路が定常状態に達した後、まずスイッチ1を開き、次にスイッチ2を閉じた。

(3-1) スwitch2を閉じてから十分に時間が経過し、回路が定常状態に達するまでの間に抵抗2で消費されるエネルギーを求めなさい。

(3-2) スwitch2を閉じてから十分に時間が経過し、回路が定常状態に達したとき、コンデンサー1およびコンデンサー2の両端電圧を求めなさい。

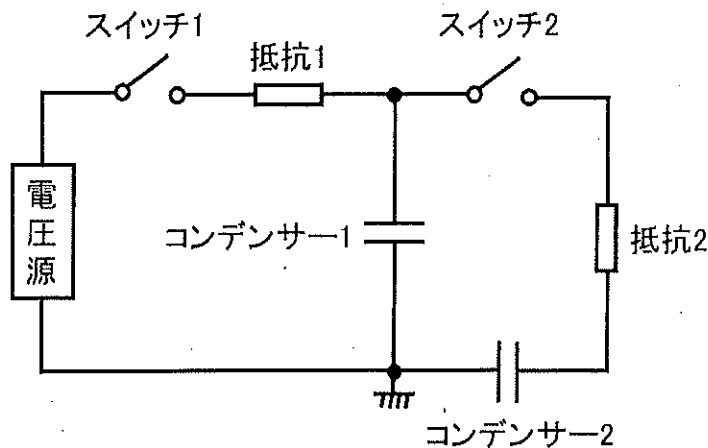


図2

科目名	材料科学・物理化学
-----	-----------

問1 以下の半導体に関する問いにすべて答えなさい。

- (1) 真性半導体である Si (ケイ素) の室温における伝導機構を答えなさい。次に、Si を室温より低い一定の温度環境におくとキャリアと伝導度はどの様に変化するか答えなさい。
- (2) 極微量の不純物を添加して真性半導体である Si を n 型半導体としたい。どのような元素を Si に極微量添加したらよいか 1 つ答えなさい。また、それによって生じた n 型半導体のバンド構造を、不純物準位とフェルミ準位の位置に注意して図示し、多数キャリアと少数キャリアが何かそれぞれ答えなさい。
- (3) p 型半導体と n 型半導体を接合し、それぞれに金属電極を接合して図 1 に示す回路を作製した。p 型半導体と n 型半導体の接合部に太陽光を当てると電流計が振れた。p 型半導体と n 型半導体の接合界面ではどのような現象が起きたか答えると共に電流の向きを図 1 に示した記号で答えなさい。

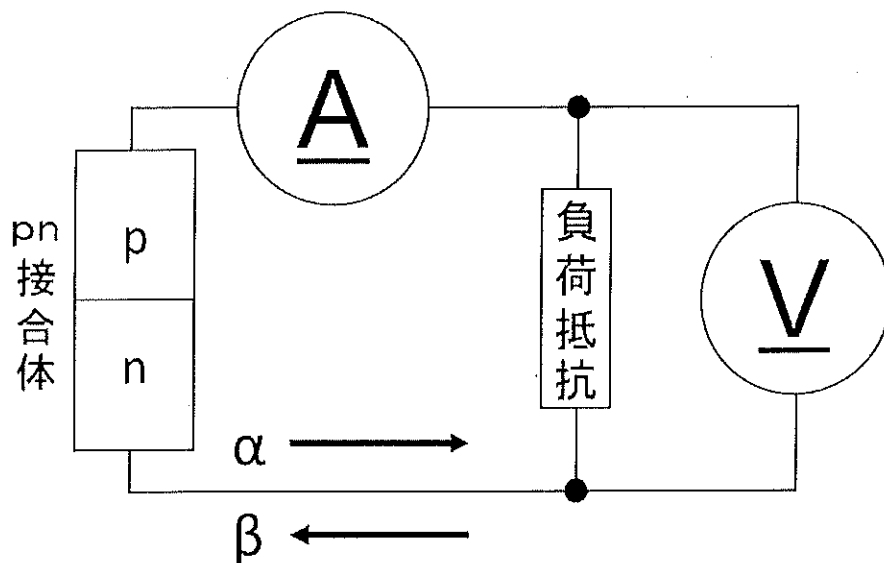


図1. 電気回路図

- (4) 図1の回路の負荷抵抗と電圧計を取り外し、電圧計のあったところに1.5Vの電池を接続して、暗室に置いた。この際、電池の負極とn型半導体の電極、正極とp型半導体の電極を接続するように取り付けた。p型半導体とn型半導体の接合界面ではどのような現象が起きたか答えると共に電流が流れるか否か答えなさい。電流が流れる場合は、電流の向きを図1に示した記号で答えなさい。
- (5) 図2は、北海道大学構内で取得した太陽光のスペクトルである。単結晶Siのバンドギャップは約1.1eV、アモルファスSiのバンドギャップは1.4eVから1.8eVである。単結晶SiとアモルファスSiを用いてそれぞれ図1と同様な回路を作製して太陽光を当てた。太陽光による光電変換効率は同じとする。単結晶Siで作製したpn接合体とアモルファスSiで作製したpn接合体に太陽光を当てた場合、太陽光を有効利用する観点からどちらのpn接合体が有利か、そのように考えた理由とともに答えなさい。但し、プランク定数は、 6.626×10^{-34} J·s、光速は、 2.998×10^8 m/s、1 eVは、 1.602×10^{-19} Jとする。

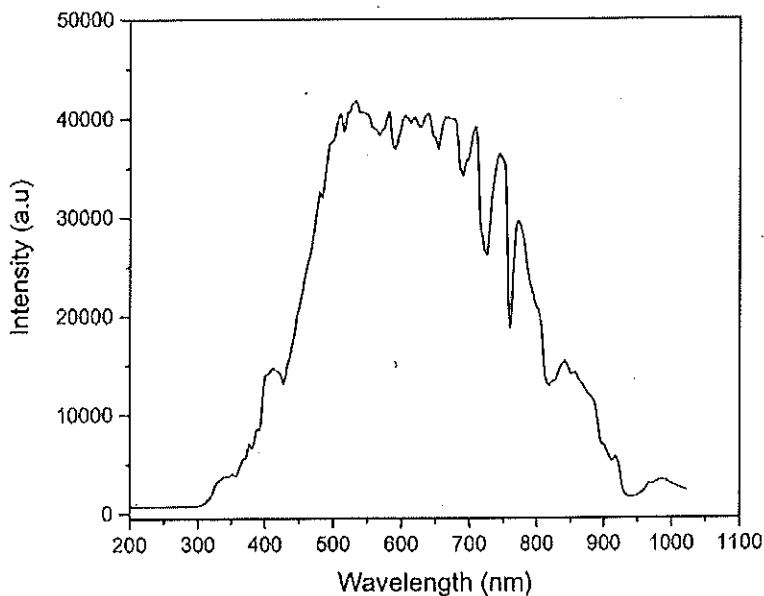


図2. 北海道大学構内で取得した太陽光のスペクトル

問2

炭素鋼製のタンク内に水素ガスを貯蔵した。このとき、水素分子の一部は炭素鋼タンク内壁面において解離して水素原子となり、炭素鋼内に侵入する。さらに、それらは移行して、タンク外壁面において再結合して、水素分子となり、表面から脱離する。次の問いに答えなさい。

- (1) 水素原子が炭素鋼中を Fick の第1法則に従って拡散する場合、拡散によって炭素鋼中を透過する水素原子の透過流束 J [$\text{mol}/\text{m}^2 \text{ s}$] を答えなさい。なお、タンク内壁面および外壁面の炭素鋼中の水素原子濃度をそれぞれ C_0 および C_1 [mol/m^3]、タンク壁の厚さを x [m]、炭素鋼中の水素原子の拡散係数を D_H [m^2/s] とする。
- (2) 室温にて bcc 構造である炭素鋼の結晶の原子充填率を有効数字 2 桁で求めなさい。また、bcc の格子定数が 0.2866 nm であったときの Fe の原子半径を有効数字 3 桁で求めなさい。
- (3) 炭素鋼中の水素の原子半径は約 0.03 nm である。このことから、水素原子は主に炭素鋼中のどこを拡散していると考えられるか、その理由とともに答えなさい。
- (4) 炭素鋼中に点欠陥が多く存在する場合、水素原子の拡散係数はどのように変化するか、その理由とともに答えなさい。なお、共存する炭素の影響は無視して良いものとする。
- (5) bcc 構造の炭素鋼に比べて、fcc 構造であるオーステナイト鋼中の水素原子の拡散係数は、同じ温度条件下で低い。また fcc 構造であるオーステナイト鋼中の水素原子の拡散の活性化エネルギーは高い。これらの理由を答えなさい。
- (6) bcc 構造の炭素鋼製のタンク内に一定圧力の水素を貯蔵する際、貯蔵温度は低い方が好ましい。この理由を気体の状態方程式および拡散の活性化エネルギーの観点から、それぞれ答えなさい。

問3

図1にA-B 2元系状態図を示す。この2元系において、図中に示したX, Y, Zの3種類のA-B 2元合金を作成し、温度 T_1 において波長 0.150 nm の X 線を照射したところ、図2に示した alloy①から③の X 線回折パターンが得られた。それぞれの回折パターンはいずれの合金においても全て同じ角度に回折ピークが出現したが合金ごとにその散乱強度は異なっていた。以下の問いに答えなさい。

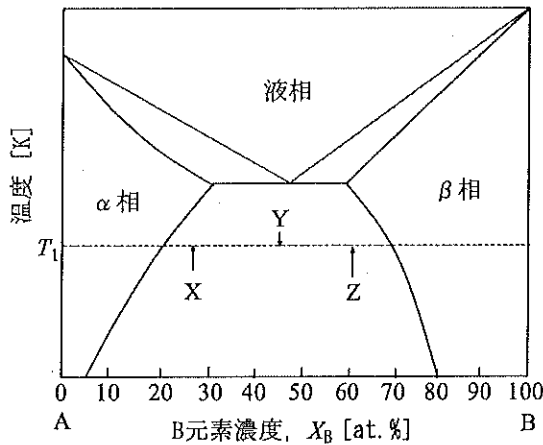


図1 A-B 2元系状態図

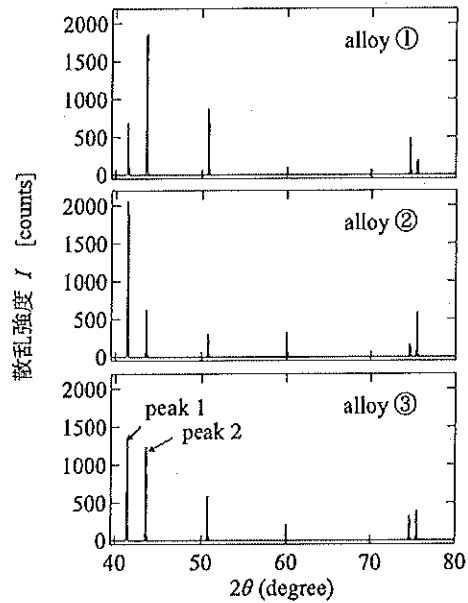


図2 alloy①、alloy②、alloy③の X 線回折パターン

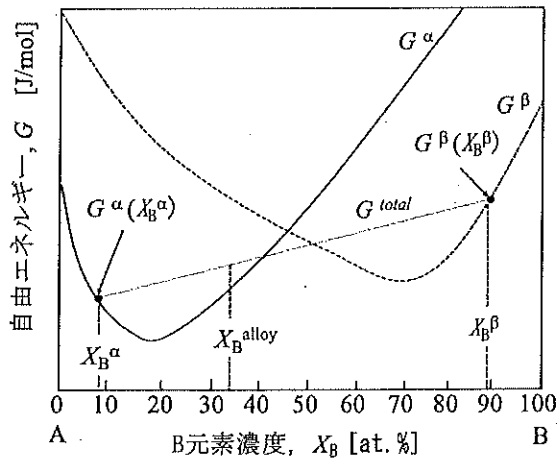


図3 温度 T_1 における α 相と β 相の自由エネルギー曲線 G^α 及び G^β

- (1) 図2に矢印で示した peak 1 及び peak 2 の回折ピーク位置はそれぞれ $2\theta = 41.4^\circ$ 及び 43.6° であった。それぞれの面間隔を小数点以下 3 桁の精度で nm 単位で答えなさい。
- (2) α 相と β 相の結晶構造はそれぞれ bcc (体心立方構造) と fcc (面心立方構造) である。図2に示した回折強度 I および結晶構造因子 f は (I) および (II) 式で記述で

きる。

$$I = f \cdot f^* \cdot (\text{多重度因子}) \cdot (\text{各種補正因子}) \quad (\text{I})$$

$$f = \sum_{\text{cell}} \exp\{2\pi i(x_m \cdot h + y_m \cdot k + z_m \cdot l)\} \quad (\text{II})$$

ここで、 f は f の複素共役、 \sum_{cell} は単位胞内に含まれる原子についての和を取ること、単位胞内の m 番目の原子位置を (x_m, y_m, z_m) 、面指数を h, k, l とする。このとき、回折ピークが出現する条件はbccでは $h+k+l$ が偶数、fccでは h, k, l が全て偶数または全て奇数の場合となることを示しなさい。なお、(I)式の括弧内の因子は正の実数であり、ゼロにはならないとして良い。

- (3) 図2に示した回折パターンにはどちらの相についても面間隔が最大となる面を含む3つのピークが測定できているとする。peak 1及びpeak 2以外の4つのピーク位置は低角度側からそれぞれ、 $2\theta = 50.8^\circ, 60.0^\circ, 74.6^\circ, 75.5^\circ$ であった。この結果から、alloy①, alloy②, alloy③が状態図上に示したX, Y, Zのどの点に対応するかを

答え、面間隔 $d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$ (a は α 相または β 相の格子定数)を利用して、その理由を説明しなさい。

- (4) 温度 T_1 における α 相と β 相の自由エネルギー G^α 及び G^β の組成依存性を図3に示す。合金濃度 X_B^{alloy} の合金が α 相と β 相の2相に分離する場合、それぞれのB濃度を X_B^α と X_B^β 、自由エネルギーを $G^\alpha(X_B^\alpha)$ と $G^\beta(X_B^\beta)$ とすると両相の自由エネルギーの和 G^{total} は $G^\alpha(X_B^\alpha)$ と $G^\beta(X_B^\beta)$ とを結ぶ線上で表される(ここで、 $X_B^\alpha < X_B^{\text{alloy}} < X_B^\beta$ とする)。この理由を α 相の体積分率を $(1-V_\beta)$ 、 β 相の体積分率を V_β として説明しなさい。なお、 α 相と β 相のモル体積(1 molあたりの体積)は等しいと考えて良い。

- (5) 平衡状態は系の自由エネルギーが最小となる場合である。2相領域において系の自由エネルギーが最小となる条件を説明し、 X_B^α と X_B^β を図3から読み取って答えなさい。読み取り精度は $\pm 5\%$ とする。

問1 以下の問いに答えなさい。

- (1) 核分裂反応の発生エネルギーと燃焼度に関する以下の問いに答えなさい。なお、1回の核分裂反応で発生するエネルギーを 200 MeV 、アボガドロ数を 6.0×10^{23} 、 $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ とする。
- (1-1) 1 g のウラン 235 が全て核分裂したときに発生するエネルギーを、有効数字 2 桁、J 単位で答えなさい。
- (1-2) ウラン 235 濃縮度が重量割合で 3% のウラン燃料において、含有されるウラン 235 の全てが核分裂した場合の燃焼度を、有効数字 2 桁、 MWD/t 単位で答えなさい。
- (1-3) ウラン 235 濃縮度が重量割合で 3% のウラン燃料からは、(1-2) で得られる燃焼度を超えて核分裂エネルギーを取り出せる。その理由を 100 字程度で答えなさい。
- (2) 表面積が同一である球の原子炉と円筒の原子炉を考え、後者では半径と高さが同一であるとする。また、いずれの原子炉においても同一の均質核燃料が様に装荷されているものとする。これらの原子炉の中性子実効増倍率を比較したとき、球の原子炉の方が大きいことを形状バックリングに基づいて示しなさい。なお、半径が R_s の球の原子炉の形状バックリングは $\left(\frac{\pi}{R_s}\right)^2$ 、半径が R_c 、高さが X の円筒の原子炉の形状バックリングは $\left(\frac{2.4}{R_c}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{X}\right)^2$ で与えられるものとする。
- (3) エネルギー E の中性子が質量数 A の原子核と 1 回弾性散乱したとき、散乱後に \hat{E} と $\hat{E} + d\hat{E}$ の間のエネルギーを持つ確率 $P(\hat{E})d\hat{E}$ が、 $\alpha E < \hat{E} < E$ に対しては $P(\hat{E})d\hat{E} = \frac{1}{(1-\alpha)\hat{E}} d\hat{E}$ 、それ以外では $P(\hat{E})d\hat{E} = 0$ と与えられるものとする。なお、 $\alpha = \frac{(1-A)^2}{(1+A)^2}$ とする。
- (3-1) 中性子が質量数無限大の原子核と弾性散乱したときの中性子のエネルギーの変化について 20 字程度で述べなさい。
- (3-2) エネルギー E_0 の中性子が、質量数 A の原子核と 1 回弾性散乱した後に E_1 と $E_1 + dE_1$ の間のエネルギーを持つ確率 $P(E_1)dE_1$ を答えなさい。また、 E_1 の期待値を答えなさい。
- (3-3) エネルギー E_0 の中性子が、質量数 A の原子核と 2 回続けて弾性散乱した後に E_2 と $E_2 + dE_2$ の間のエネルギーを持つ確率 $P(E_2)dE_2$ を答えなさい。
- (3-4) (3-3) について、弾性散乱反応の標的原子核が軽水素であるとき、弾性散乱 1 回あたりに失われるエネルギーの割合 $\sqrt{E_2/E_0}$ の期待値を答えなさい。

問2 図1に示すように断面積 A が一定の矩形フィン(熱伝導率 k)が、温度 T_c の流体にさらされているものとし、フィンと流体間の熱伝達率を h 、フィンの根元の温度を T_0 、フィンの長さを L 、フィン断面の外周長を P とする。これについて、フィンの根元を原点とし、根元からの位置 x における長さ dx の検査体積 $A dx$ 内の熱収支を考える。ただしフィン内の熱伝導を図示した x 方向だけに生じる1次元定常熱伝導問題として取り扱い、 $T_0 > T_c$ 、 k は定数、位置 x における温度を $T(x)$ 、 $x = L$ のとき $\frac{dT}{dx} = 0$ とする。

- (1) 検査体積の左面から熱伝導により検査体積に流入する伝熱量 \dot{Q}_x を示しなさい。
- (2) 検査体積の表面 $P dx$ から周囲流体へ対流熱伝達により放出される伝熱量 $d\dot{Q}_f$ を示しなさい。
- (3) 定常状態では、検査体積内に流入する伝熱量と流出する伝熱量の総和は0となる($\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+dx} - d\dot{Q}_f = 0$)。 $T(x)$ が従う微分方程式を求めなさい。
- (4) 境界条件を適用して、位置 x におけるフィンの無次元温度 $\theta = \frac{T - T_c}{T_0 - T_c}$ を求めなさい。
- (5) フィン全体が根元温度 T_0 と等しいとしたときのフィン全表面からの放熱量を計算し、フィン効率 η を求めなさい。ただし、フィン効率は以下の式で定義され、フィンの先端断面から放熱は考えないものとする。

$$\eta = \frac{\text{フィン全表面からの放熱量}}{\text{フィン全体が根元温度と等しいとしたときのフィン全表面からの放熱量}}$$

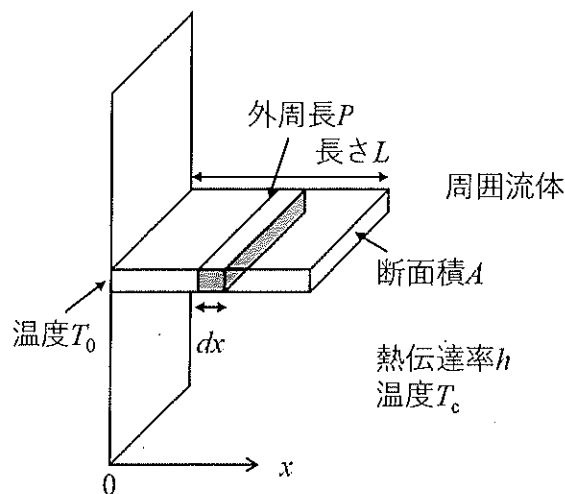
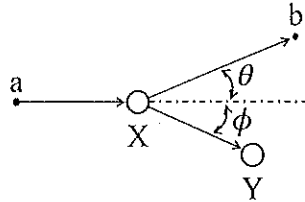


図1. 矩形フィン

問3 原子核反応と放射性壊変に関する以下の問いに答えなさい。

- (1) 実験室系において、粒子 a が静止している標的核 X に入射し、生成核 Y と放出粒子 b が以下の図のように運動する核反応 $X+a \rightarrow Y+b$ を考える。図中の角度 θ 、 ϕ はそれぞれ放出粒子 b 、生成核 Y の放出角度である。



入射粒子 a の静止質量を m_a 、運動エネルギーを K_a 、標的核 X の静止質量を m_X とする。放出粒子 b の静止質量を m_b 、運動エネルギーを K_b とする。生成核 Y の静止質量を m_Y 、運動エネルギーを K_Y とする。これらについて、相対論効果による変化は無視して良い。また、光速を c とする。以下の問いに答えなさい。

- (1-1) この系のエネルギー保存則を表す等式を示しなさい。
 (1-2) 核反応エネルギー (Q 値) を考えると、上記の核反応は $X+a \rightarrow Y+b+Q$ と書くことができる。(1-1) の等式を用いて、 Q 値が各粒子と各原子核の静止質量にのみ依存することを示しなさい。
 (1-3) Q 値が負になる吸熱反応を起こす入射粒子 a の運動エネルギー K_a の最小値 (しきい値) t は

$$t = \left(1 + \frac{m_a}{m_X}\right) |Q|$$

と表される。 $^{27}\text{Al}(\alpha, n)^{30}\text{P}$ 反応のしきい値を MeV 単位で小数点以下 2 桁まで答えなさい。ただし、各粒子・各原子核の静止質量は原子質量単位で、 ^{27}Al : 26.981539 u、 α 粒子: 4.002603 u、中性子: 1.008665 u、 ^{30}P : 29.978317 u である。また、1 u を 1.660539×10^{-27} kg、光速 c を 2.997924×10^8 m/s、電気素量を 1.602177×10^{-19} C とする。

- (2) 放射性同位体 ^{226}Ra が α 壊変を起こし、 ^{222}Rn となることを考える。ここで、原子核の結合エネルギーを ^{226}Ra は 1731.6 MeV、 ^{222}Rn は 1708.2 MeV、 ^4He は 28.3 MeV とする。以下の問いに答えなさい。
 (2-1) α 壊変により放出されるエネルギー Q (α 壊変の Q 値) は、壊変前後の原子核及び α 粒子の結合エネルギーの差に等しい。 ^{226}Ra の α 壊変の Q 値を MeV 単位で小数点以下 1 桁まで答えなさい。
 (2-2) α 壊変により放出されるエネルギー Q は、娘核種と α 粒子に運動エネルギーとして分配される。親核種が静止していたとして、 α 粒子に分配されるエネルギーを求める式をエネルギー保存則ならびに運動量保存則を用いて導出しなさい。ただし、娘核種の静止質量を m_Y 、 α 粒子の静止質量を m_b とし、これらと Q を用いて式を示しなさい。
 (2-3) ^{226}Ra から放出される α 粒子の運動エネルギーを MeV 単位で小数点以下 1 桁まで答えなさい。ただし、各粒子・各原子核の静止質量として質量数を利用して良い。

2026年4月入学・2025年10月入学

北海道大学大学院工学院

修士課程 入学試験

応用量子科学系研究室群

専門科目

(電磁気学・電気回路, 材料科学・物理化学,
原子物理・原子炉工学)

選択票

受験番号	
------	--

各科目3問、計9問のうち選択した3問に○を記入しなさい。

科目名	問1	問2	問3
電磁気学・電気回路			
材料科学・物理化学			
原子物理・原子炉工学			