北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻，人間機械システムデザイン専攻，
エネルギー環境システム専攻，量子理工学専攻

機械・宇宙航空工学系研究室群

試験問題

材料力学，機械力学・制御工学

試験日：令和７年８月１９日（火）
時　間：９：００～１２：００

「材料力学」，「機械力学・制御工学」ともに問１および問２の両方を解答せよ．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記せよ．

注　意　事　項

1．試験開始の合図があるまで問題用紙の中を見てはいけません．
2．携帯電話，スマートフォンは電源を切りなさい．時計のアラームも使用してはいけません．
3．受験中，机上には受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができません．
4．答案用紙，草案紙上欄に科目名，問の番号（答案用紙のみ）および受験番号を記入しなさい．なお，専攻名は記入不要です．また，問題用紙下欄に受験番号を記入しなさい．
5．答案用紙は裏面を用いても構いません．ただし「裏面に続く」と明記しなさい．
6．問題用紙の印刷不鮮明，答案用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に申告しなさい．
7．問題用紙の余白は利用しても構いませんが切り離してはいけません．
8．試験終了後，問題用紙，答案用紙および草案紙はすべて提出しなさい．

受験番号	

科　目　名	材料力学

問１および問２の両方を解答しなさい．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１　次の（１）および（２）に答えなさい．

（１）ヤング率 E, 直径 d の丸棒から図１左のように高さ h, 幅 b の長方形断面のはりを切り出し，図１右のように長さ L の片持ちはりとして先端に集中荷重 P を与えて曲げ変形させた．このとき，以下の問いに答えなさい．

（１－１）断面二次モーメントが $bh^3/12$ となることを導きなさい．

（１－２）たわみが最小になるときのはりの縦横比 h/b を求め，そのときの先端のたわみを E, b, L, P で表しなさい．

（１－３）曲げ応力が最小になるときのはりの縦横比 h/b を求め，そのときの曲げ応力の最大値を b, L, P で表しなさい．

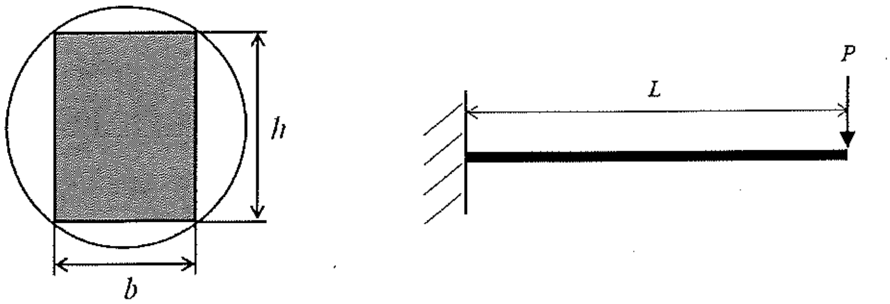

図１

（２）せん断弾性係数 G, 外径 $2d$, 肉厚 $d/10$, 長さ L の中空円筒の一端を固定し，先端にねじりモーメント T を与えた．このとき，以下の問いに答えなさい．

（２－１）この円筒の質量が直径 d の丸棒の質量に対して何倍かを示しなさい．

（２－２）この円筒の質量あたりの断面二次極モーメントが，直径 d の丸棒の断面二次極モーメントに対して何倍かを示しなさい．

（２－３）この中空円筒の先端におけるねじり角 ϕ_c に対する直径 d の丸棒の先端におけるねじり角 ϕ_r の比 ϕ_r/ϕ_c を求めなさい．

問2

図１のように，同一平面内において長さ L，横断面積 A，ヤング率 E が等しい弾性棒１，２，３をピン接合（摩擦が無く回転できる接合）し，互いに 120° の角度を成すように他端を剛体壁へピン接合した．３つの棒の接合部分に集中荷重 W を図の方向に作用したとき，以下の問いに答えなさい．

（1）棒１に作用する軸力を N とする．棒２に作用する軸力を N と W を用いて表しなさい．

（2）３つの棒に生じる弾性エネルギーの和を N と W を用いて表しなさい．

（3）（2）の弾性エネルギーの和 U について $\partial U/\partial N=0$ である理由を述べ，N を求めなさい．

（4）カスティリアーノの定理を用いて荷重点変位を求めなさい．

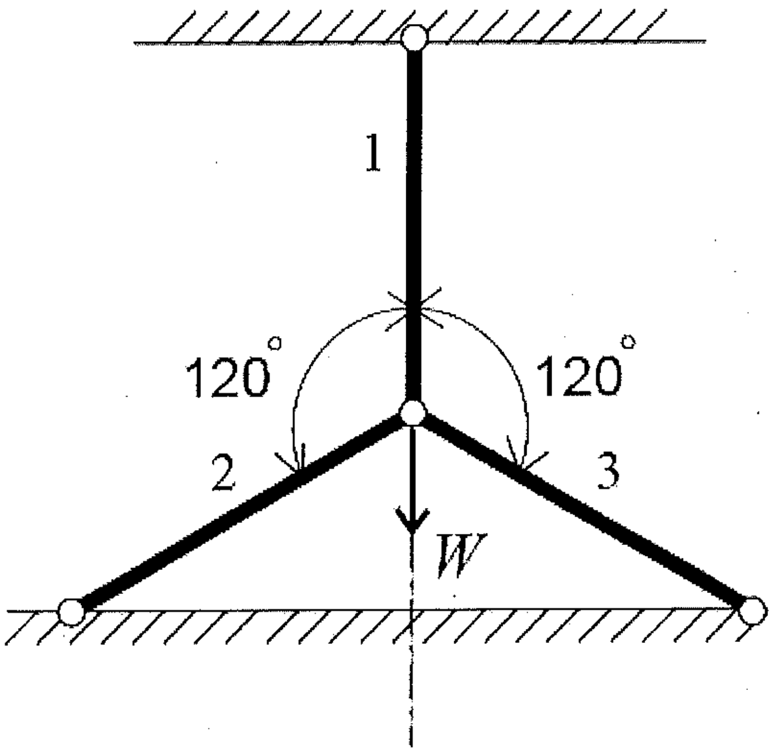

図２

科　目　名	機械力学・制御工学

問１および問２の両方を解答しなさい.
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい.

問１　次の（1）および（2）に答えなさい.

（1）図１のように，質量 m [kg]，半径 r [m]の密度が均一な剛体である円柱が，水平面とのなす角が θ [rad]（$0 < \theta < \pi/2$）の摩擦のある斜面の上を運動している．図１に示す紙面内の運動のみを考え，空気抵抗は無視できるものとする．重力加速度の大きさを g [m/s^2]とする.

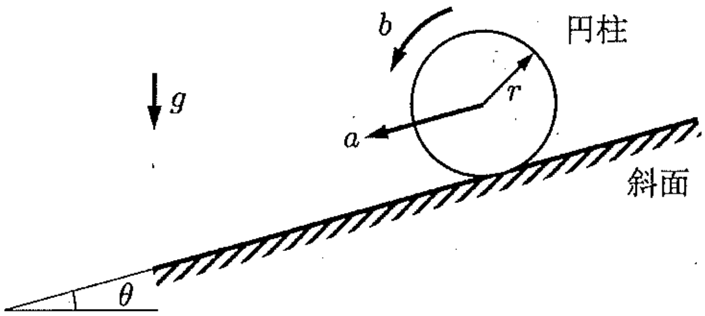

図１

（1－1）円柱の重心を通る回転軸まわりの慣性モーメント I [kg·m^2]を求めなさい．ただし，導出過程を示すこと.

（1－2）円柱の重心の斜面下向きの並進加速度を a [m/s^2]，反時計方向の角加速度を b [rad/s^2]，接地点の摩擦力の大きさを f [N]とし，並進運動と回転運動の運動方程式をそれぞれ表しなさい．ただし，慣性モーメントは I を用いて表すこと.

（1－3）斜面と円柱の間の静止摩擦係数を μ とすると，円柱が斜面を滑らずに転がりのみが生じるとき（$a = rb$），μ が満たす条件を θ を用いて表しなさい.

（2）図2のように，太さを無視できる質量 M [kg]，長さ L [m]の一様な剛体棒が，摩擦の無視できる水平面に静置されている．図2は，この剛体棒を上方から見た図である．剛体棒の図心を点O とし，点O から距離 r [m]（$0 < r \leqq L/2$）だけ左側に離れた点P に，水平面に沿って剛体棒に垂直な力積 I [N·s]の衝撃力を与えた．水平面内の運動のみを考えるものとする．

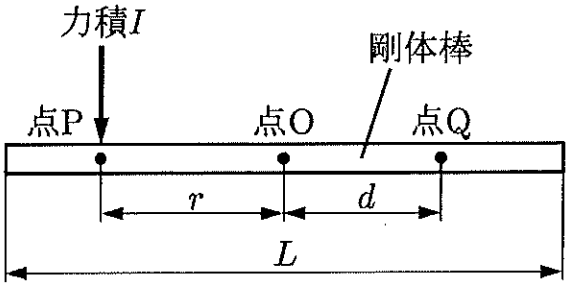

図2

（2－1）衝撃の直後に生じる点O の速さ v [m/s]を求めなさい．

（2－2）点O まわりの剛体棒の慣性モーメント J [kg·m^2]を求めなさい．

（2－3）衝撃の直後に生じる点O まわりの角速度 ω [rad/s]（$\omega > 0$）を求めなさい．ただし，慣性モーメントは J を用いて表すこと．

（2－4）$r = L/3$ のとき，点O から距離 d [m]（$0 < d \leqq L/2$）だけ右側に離れた点Q では，衝撃直後の速度が 0 であった．このとき，d の大きさを，L を用いて表しなさい．

問2　次の（1）および（2）に答えなさい．

（1）図3に示すシステム（ばね－質量－ダンパー系）において，質量を m [kg]，ばね定数を k [N/m]，粘性減衰係数を c [Ns/m]，入力を $f(t)$ [N]，出力を $y(t)$ [m]とする．なお，摩擦や空気抵抗は無視できるものとする．このとき，以下の問いに答えなさい．

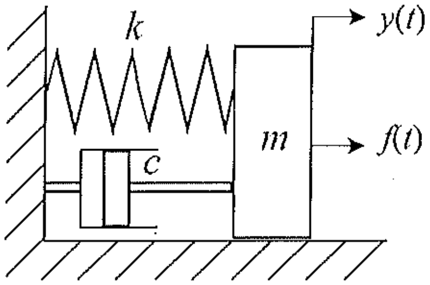

図3

（1－1）図3に示すシステムの運動方程式を答えなさい．

（1－2）状態変数を $x_1(t) = y(t)$，$x_2(t) = \dot{y}(t)$ として，状態方程式および出力方程式を導きなさい．

（1－3）入力を $f(t)$，出力を $y(t)$ としたときの伝達関数を求めなさい．

（1－4）$m = 0.2$ kg，$k = 0.4$ N/m，$c = 0.6$ Ns/m とする．このとき，（1－3）で求めた伝達関数の極を求め，システムの安定性について答えなさい．

（1－5）単位ステップ入力に対する応答を，時間の関数として答えなさい．

（1－6）このシステムに対して状態フィードバック制御を行う．状態変数ベクトルを $\vec{x}(t) = [x_1(t)\quad x_2(t)]^T$，フィードバックゲインを $\vec{F} = [f_1\quad f_2]$ とすると，状態フィードバック入力は $f(t) = \vec{F}\cdot\vec{x}(t)$ と記述できる．これを踏まえて，閉ループ系の極を-3，-5 に配置するようなフィードバックゲインを求めなさい．

（2）図4のブロック線図に示すシステムにおいて，$P(s) = k/\{s(s-2)\}$，$K(s)$ はPD補償器である．このとき，以下の問いに答えなさい．

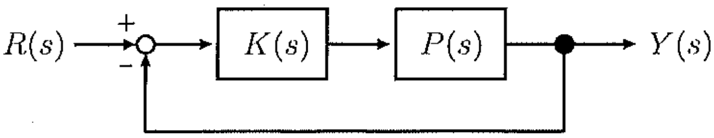

図4

（2－1）PD補償器 $K(s)$ を，比例ゲイン K_{P} および微分ゲイン K_{D} を用いて表しなさい．

（2－2）（2－1）の結果を利用して入力 $R(s)$ から出力 $Y(s)$ までの閉ループ伝達関数 $G(s)$ を求めなさい．

（2－3）目標値 $r(t)$ を単位ステップ関数としたとき，定常状態における出力 $y(t)$ の値を求めなさい．ただし，図4の $R(s)$ は $r(t)$ をラプラス変換したものである．

（2－4）$k = 2$，$K_{\mathrm{P}} = 1$とする．このとき，閉ループ系が安定となる K_{D} の範囲を求めなさい．

北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻，人間機械システムデザイン専攻，
エネルギー環境システム専攻，量子理工学専攻

機械・宇宙航空工学系研究室群

試験問題

流体力学，熱力学

試験日：令和７年８月１９日（火）
時　間：１３：３０～１６：３０

「流体力学」，「熱力学」ともに問１および問２の両方を解答せよ．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記せよ．

注　意　事　項

1．試験開始の合図があるまで問題用紙の中を見てはいけません．
2．携帯電話，スマートフォンは電源を切りなさい．時計のアラームも使用してはいけません．
3．受験中，机上には受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができません．
4．答案用紙，草案紙上欄に科目名，問の番号（答案用紙のみ）および受験番号を記入しなさい．なお，専攻名は記入不要です．また，問題用紙下欄に受験番号を記入しなさい．
5．答案用紙は裏面を用いても構いません．ただし「裏面に続く」と明記しなさい．
6．問題用紙の印刷不鮮明，答案用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に申告しなさい．
7．問題用紙の余白は利用しても構いませんが切り離してはいけません．
8．試験終了後，問題用紙，答案用紙および草案紙はすべて提出しなさい．

受験番号	

科　目　名	流体力学

問１および問２の両方を解答しなさい．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１

図１に示すように，原点に中心をもつ半径 a の円柱が，x 軸正方向に向かう速度 U $(U>0)$ の一様流れにおかれている．ここで，x 軸に直交する方向に y 軸をとる．これは，動径座標 r $(r>0)$，角度座標 θ $(0 \le \theta < 2\pi)$ の極座標を用いて表すこともできる．円柱表面に沿って時計回りの循環 Γ がある．流体の密度 ρ は一定であり，外力は働かないものとする．この流れを表す複素速度ポテンシャルは次の式①で与えられる．

$$f(z) = U\left(z + \frac{a^2}{z}\right) + \frac{i\Gamma}{2\pi}\log z \qquad ①$$

ここで，$z = re^{i\theta}$，i は虚数単位を表す．以下の問いに答えなさい．

（１）速度ポテンシャル Φ は式①の実部で与えられる．このとき r, θ, a, Γ, U を用いて，Φ を表しなさい．

（２）この流れの半径方向速度 u_r および周方向速度 u_θ を求めなさい．

（３）この流れが連続の式 $\frac{\partial}{\partial r}(ru_r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(u_\theta) = 0$ を満たすことを示しなさい．

（４）$\Gamma = 2\pi aU$ のとき，円柱表面 $(r=a)$ の圧力 p が，無限遠方の静圧 p_∞ と等しくなる点の θ を求めなさい．

（５）$\Gamma = 2\pi aU$ のとき，xy 平面に垂直な方向に単位長さあたりの円柱に働く力のy 方向成分が，$2\pi a\rho U^2$ となることを示しなさい．導出の過程も記すこと．

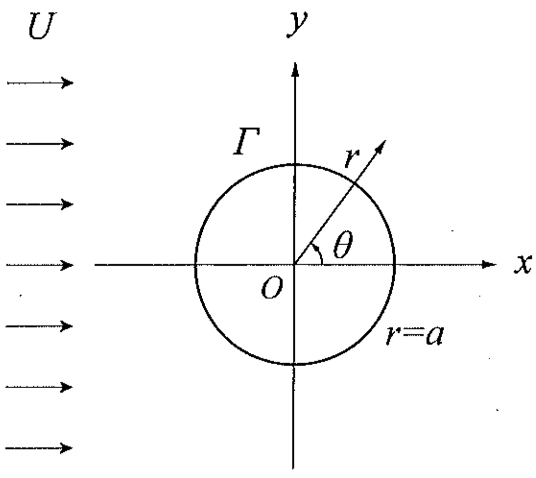

図１

問 2

図 2 のように，距離 H の間隔を持つ平行平板が水平面となす角を θ とし（$0 \leq \theta \leq \pi/2$），平板間に流体を流している．ここで，流れが奥行き方向に一様として 2 次元非圧縮性粘性流体を仮定し，x 軸を平板の壁面に沿ってとり，y 軸を平板と垂直にとる．x 方向の速度を u，y 方向の速度を v，圧力を p とする．流れは定常層流であるとし，x 軸に平行とする．また，流体の密度を ρ，粘性係数を μ，重力加速度を g とし，いずれも定数とする．このとき，以下の問いに答えなさい．

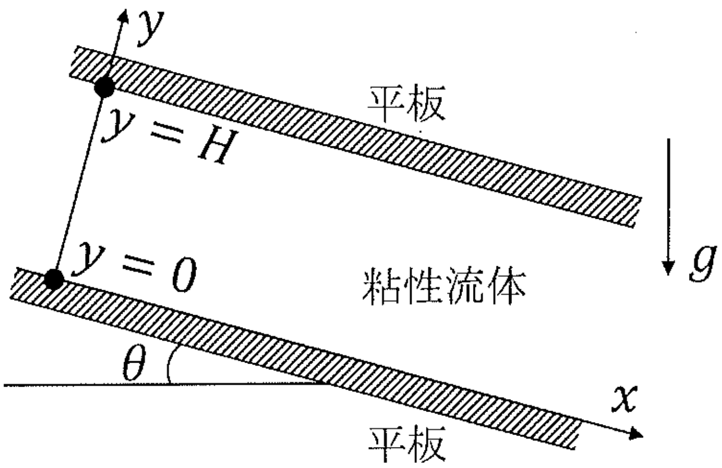

図 2

（1）重力を外力として考慮した非圧縮性流体に対する 2 次元ナビエ・ストークス方程式の x 成分は次式で与えられる．

$$\rho\frac{\partial u}{\partial t} + \rho u\frac{\partial u}{\partial x} + \rho v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho g \sin\theta \qquad ②$$

式②を本問題設定のもと，簡略化していく．この時，下記の文章の空欄（ア）～（エ）にあてはまる最も適切な語句を選択肢の中から選んで答えなさい．なお，重複して選んでもよい．ただし，使用しない選択肢がある．

「$\boxed{\text{（ア）}}$より，式②の左辺第 1 項はゼロとなる．$\boxed{\text{（イ）}}$と$\boxed{\text{（ウ）}}$より，左辺第 2 項と右辺第 2 項はゼロとなる．$\boxed{\text{（エ）}}$より，左辺第 3 項はゼロとなる．また，連続の式より，右辺第 3 項は偏微分から常微分となる．」

（ア），（イ），（ウ），（エ）の選択肢：

ベルヌーイの定理，連続の式，流れが x 軸に平行の条件，留数定理，定常の条件

（2）本問題設定より，2 次元ナビエ・ストークス方程式の x, y 成分は式③と④に簡略化される．

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\mathrm{d}^2 u(y)}{\mathrm{d}y^2} + \rho g \sin\theta \qquad ③$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \cos\theta \qquad ④$$

式③と④から，速度 u は式⑤となる．

$$u(y) = \frac{1}{2\mu}(\rho g \sin\theta - \alpha)(yH - y^2) \qquad ⑤$$

ここで，滑りなしの境界条件を使用している．また，x 方向の圧力勾配 $\partial p/\partial x$ を α に置き換えている．α は x, y によらない定数となるが，この理由について，式③と④より説明しなさい．

（3）式⑤から，上の平板 $(y = H)$ に働くせん断応力 τ_{H} と下の平板 $(y = 0)$ に働くせん断応力 τ_0 をそれぞれ求めなさい．また働く方向もそれぞれ答えなさい．ここで，$\alpha < \rho g \sin\theta$ とする．

（4）式⑤から，平均速度 U と最大速度 u_{M} をそれぞれ θ の関数として求めなさい．

（5）平均流速 U を用いて，レイノルズ数 Re とフルード数 Fr は次式で定義される．

$$Re = \frac{\rho |U| H}{\mu}, \qquad Fr = \frac{|U|}{\sqrt{gH}} \qquad ⑥$$

フルード数の 2 乗とレイノルズ数の比 Fr^2/Re を θ の関数としてグラフ化しなさい．ただし，比の最高値を明示すること．また，比が最高およびゼロとなる θ の値も明示すること．ここで，$\alpha = \rho g/2$ とする．

科　目　名	熱力学

問１および問２の両方を解答しなさい．

なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１

図 1(a)に示すように，ピストンを有するシリンダー内に同じ種類の理想気体が隔壁によって隔てられている．それぞれの理想気体の質量は m_A [kg]と m_B [kg]，温度は T_A [K]と T_B [K]である．理想気体の定積比熱を c_v [J/(kg·K)]，定圧比熱を c_p [J/(kg·K)]，気体定数を R [J/(kg·K)]として，以下の問いにそれぞれ答えなさい．

（１）　ピストンが固定され，理想気体が周囲と断熱された状態で隔壁を取り除くと，理想気体は完全に混合し，温度 T_1 [K]，圧力 p_1 [Pa]となった（図 1(b)）．混合前後におけるシリンダー内の理想気体の内部エネルギー変化 ΔU [J]について，熱力学第一法則を用いて求めなさい．

（２）　混合した後の理想気体の温度 T_1 を，m_A，m_B，T_A，および T_B を用いて表しなさい．

（３）　図 1(b)の状態から，ピストンの固定を解除するとともにシリンダー内の理想気体を加熱した結果，理想気体は圧力 p_1 で準静的に等圧膨張し，温度が T_1 から T_2 に変化した（図 1(c)）．この過程において理想気体が周囲環境へした仕事 L [J]を m_A，m_B，T_1，T_2，および R を用いて表しなさい．

（４）　（３）の過程で生じるエントロピー変化量 ΔS [J/K]を m_A，m_B，T_1，T_2，および c_p を用いて表しなさい．

（５）　（１）の過程と（３）の過程は，熱力学的に可逆過程と不可逆過程のいずれか，それぞれ解答しなさい．

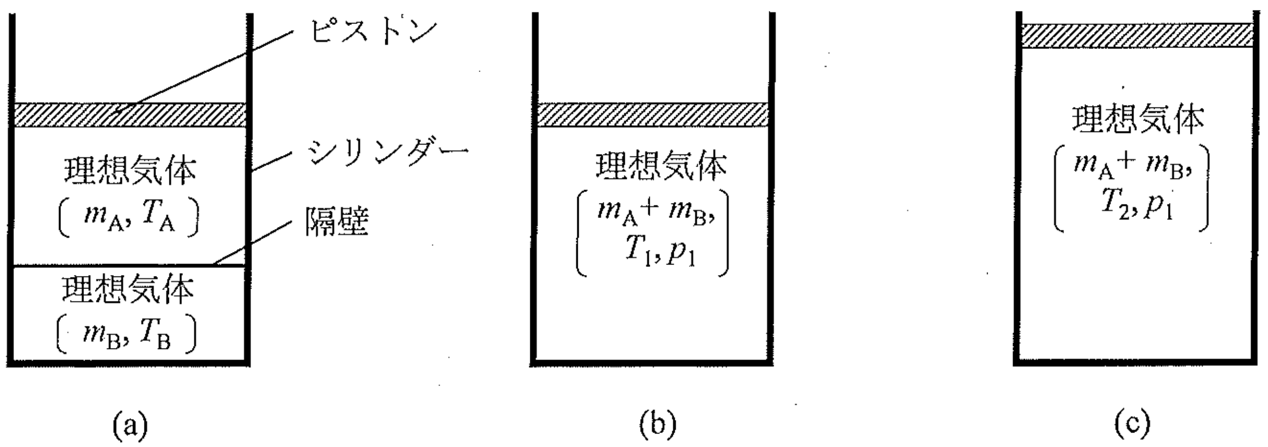

図１

問２

体積5.00×10^{-4} m^{3}の理想気体が状態１（$T_1 = 300$ K, $p_1 = 200$ kPa）から等圧変化（定圧変化ともいう）をして体積が4.00×10^{-4} m^{3}となった（この状態を「状態２」と呼ぶ）．次に状態２から等温変化をして，エントロピーが6.929×10^{-4} kJ/K 減少した（この状態を「状態３」と呼ぶ）（$S_3 - S_2 = -6.929\times10^{-4}$ kJ/K）．さらに状態３から状態４（$p_4 = 8000$ kPa）まで等積変化（定積変化ともいう）をし，続いて状態４から可逆断熱変化により体積5.00×10^{-4} m^{3}まで断熱膨張をした（この状態を「状態５」と呼ぶ）．その後，状態５から等積変化により状態１に戻った．

全ての変化は準静的とし，以下の問いに答えなさい．比熱比$\kappa = c_p/c_v = 1.35$，理想気体の気体定数は0.280 kJ/(kg·K)とする．なお，有効数字３桁（４桁まで計算して３桁で記載）で答えなさい．また，以下の問いにおけるQ_{12}，Q_{23}，Q_{34}，Q_{51}は理想気体への入熱を正とする．

（１）定圧比熱 c_p [kJ/(kg·K)]，定積比熱 c_v [kJ/(kg·K)]を求めなさい．また，状態１における理想気体の質量m [kg]を求めなさい．

（２）このサイクルのpV線図を描きなさい．ただし，詳細な数値を記入する必要はなく，各状態変化が分かるように状態１から状態５を図中に明示しなさい．

（３）状態２における温度T_2 [K]と状態１から状態２に変化する際に出入りする熱量Q_{12} [kJ]を求めなさい．

（４）状態３における圧力p_3 [kPa] および体積V_3 [m^3]と，状態２から状態３に変化する際に出入りする熱量Q_{23} [kJ]を求めなさい．

（５）状態４における温度T_4 [K]と状態３から状態４に変化する際に出入りする熱量Q_{34} [kJ]を求めなさい．

（６）状態５における圧力p_5 [kPa]および温度T_5 [K]を求めなさい．また，状態５から状態１に変化する際に出入りする熱量Q_{51} [kJ]を求めなさい．

（７）１サイクルの間に理想気体が周囲に対してする正味の仕事量L [kJ/cycle]およびサイクルの熱効率η [%]を求めなさい．

北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻，人間機械システムデザイン専攻，
エネルギー環境システム専攻，量子理工学専攻

機械・宇宙航空工学系研究室群

試験問題

材料力学，機械力学・制御工学

試験日：令和７年８月１９日（火）
時　間：９：００～１２：００

「材料力学」，「機械力学・制御工学」ともに問１および問２の両方を解答せよ．なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記せよ．

注　意　事　項

１．　試験開始の合図があるまで問題用紙の中を見てはいけません．

２．　携帯電話，スマートフォンは電源を切りなさい．時計のアラームも使用してはいけません．

３．　受験中，机上には受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができません．

４．　答案用紙，草案紙上欄に科目名，問の番号（答案用紙のみ）および受験番号を記入しなさい．なお，専攻名は記入不要です．また，問題用紙下欄に受験番号を記入しなさい．

５．　答案用紙は裏面を用いても構いません．ただし「裏面に続く」と明記しなさい．

６．　問題用紙の印刷不鮮明，答案用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に申告しなさい．

７．　問題用紙の余白は利用しても構いませんが切り離してはいけません．

８．　試験終了後，問題用紙，答案用紙および草案紙はすべて提出しなさい．

受験番号	

科　目　名	材料力学

問１および問２の両方を解答しなさい．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１ 次の（１）および（２）に答えなさい．

（１）ヤング率 E, 直径 d の丸棒から図１左のように高さ h, 幅 b の長方形断面のはりを切り出し，図１右のように長さ L の片持ちはりとして先端に集中荷重 P を与えて曲げ変形させた．このとき，以下の問いに答えなさい．

（１－１）断面二次モーメントが $bh^3/12$ となることを導きなさい．

（１－２）たわみが最小になるときのはりの縦横比 h/b を求め，そのときの先端のたわみを E, b, L, P で表しなさい．

（１－３）曲げ応力が最小になるときのはりの縦横比 h/b を求め，そのときの曲げ応力の最大値を b, L, P で表しなさい．

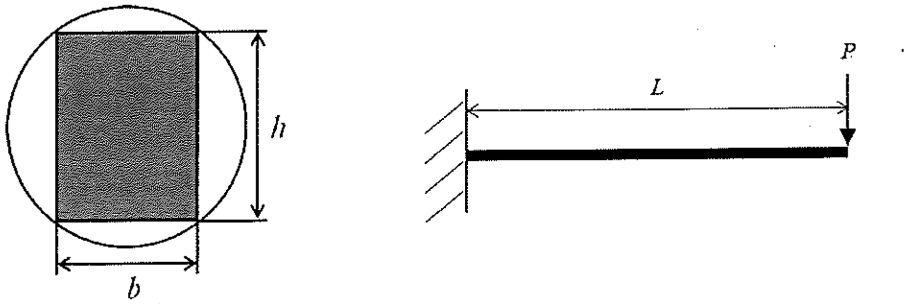

図１

（２）せん断弾性係数 G, 外径 $2d$, 肉厚 $d/10$, 長さ L の中空円筒の一端を固定し，先端にねじりモーメント T を与えた．このとき，以下の問いに答えなさい．

（２－１）この円筒の質量が直径 d の丸棒の重さに対して何倍かを示しなさい．

（２－２）この円筒の質量あたりの断面二次極モーメントが，直径 d の丸棒の断面二次極モーメントに対して何倍かを示しなさい．

（２－３）この中空円筒の先端におけるねじり角 ϕ_c に対する直径 d の丸棒の先端におけるねじり角 ϕ_r の比 ϕ_r/ϕ_c を求めなさい．

【問題訂正】

材料力学　問1

（２－１）この円筒の質量が直径 d の丸棒の<u>質量</u>に対して何倍かを示しなさい.

材料力学

問２

図１のように，同一平面内において長さ L，横断面積 A，ヤング率 E が等しい弾性棒１，２，３をピン接合（摩擦が無く回転できる接合）し，互いに 120° の角度を成すように他端を剛体壁へピン接合した．３つの棒の接合部分に集中荷重 W を図の方向に作用したとき，以下の問いに答えなさい．

（１）棒１に作用する軸力を N とする．棒２に作用する軸力を N と W を用いて表しなさい．

（２）３つの棒に生じる弾性エネルギーの和を N と W を用いて表しなさい．

（３）（２）の弾性エネルギーの和 U について $\partial U/\partial N=0$ である理由を述べ，N を求めなさい．

（４）カスティリアーノの定理を用いて荷重点変位を求めなさい．

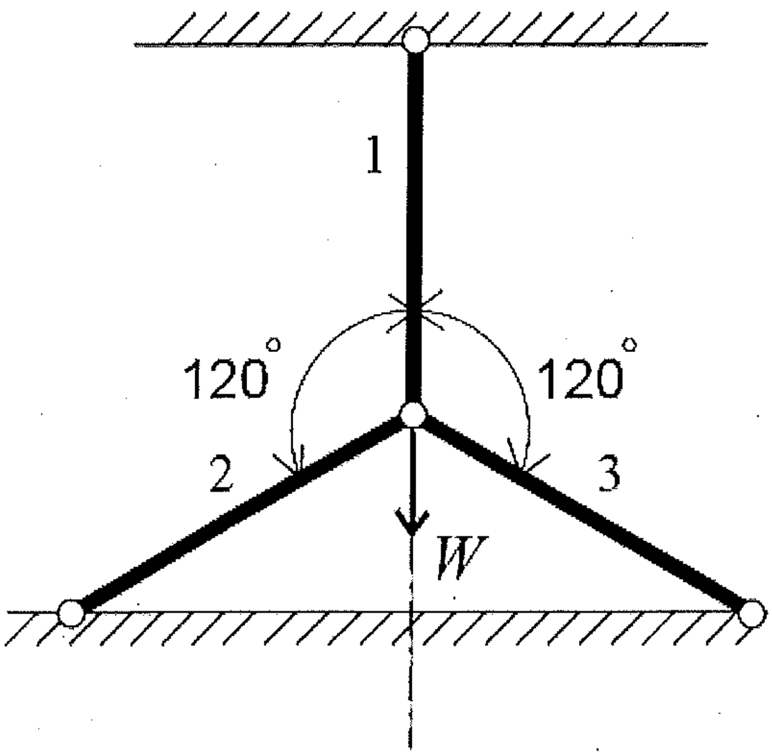

図２

科　目　名	機械力学・制御工学

問１および問２の両方を解答しなさい．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１ 次の（１）および（２）に答えなさい．

（１）図１のように，質量 m [kg]，半径 r [m]の密度が均一な剛体である円柱が，水平面とのなす角が θ [rad] ($0 < \theta < \pi/2$) の摩擦のある斜面の上を運動している．図１に示す紙面内の運動のみを考え，空気抵抗は無視できるものとする．重力加速度の大きさを g [m/s^2]とする．

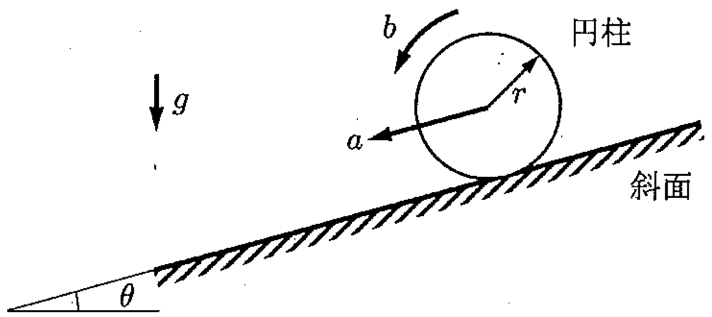

図１

（１－１）円柱の重心を通る回転軸まわりの慣性モーメント I [kg·m^2]を求めなさい．ただし，導出過程を示すこと．

（１－２）円柱の重心の斜面下向きの並進加速度を a [m/s^2]，反時計方向の角加速度を b [rad/s^2]，接地点の摩擦力の大きさを f [N]とし，並進運動と回転運動の運動方程式をそれぞれ表しなさい．ただし，慣性モーメントは I を用いて表すこと．

（１－３）斜面と円柱の間の静止摩擦係数を μ とすると，円柱が斜面を滑らずに転がりのみが生じるとき ($a = rb$)，μ が満たす条件を θ を用いて表しなさい．

（2）図2のように，太さを無視できる質量 M [kg]，長さ L [m]の一様な剛体棒が，摩擦の無視できる水平面に静置されている．図2は，この剛体棒を上方から見た図である．剛体棒の図心を点Oとし，点Oから距離 r [m]（$0 < r \leqq L/2$）だけ左側に離れた点Pに，水平面に沿って剛体棒に垂直な力積 I [N·s]の衝撃力を与えた．水平面内の運動のみを考えるものとする．

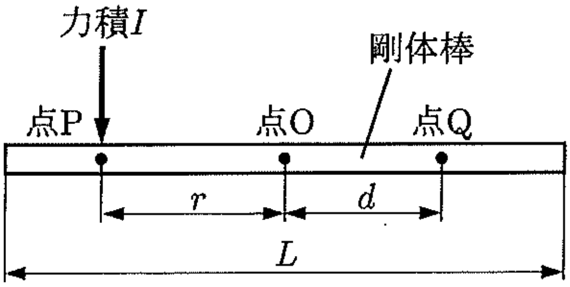

図2

（2－1）衝撃の直後に生じる点Oの速さ v [m/s]を求めなさい．

（2－2）点Oまわりの剛体棒の慣性モーメント J [kg·m^2]を求めなさい．

（2－3）衝撃の直後に生じる点Oまわりの角速度 ω [rad/s]（$\omega > 0$）を求めなさい．ただし，慣性モーメントは J を用いて表すこと．

（2－4）$r = L/3$ のとき，点Oから距離 d [m]（$0 < d \leqq L/2$）だけ右側に離れた点Qでは，衝撃直後の速度が0であった．このとき，d の大きさを，L を用いて表しなさい．

問2 次の（1）および（2）に答えなさい.

（1）図3に示すシステム（ばねー質量ーダンパー系）において，質量を m [kg]，ばね定数を k [N/m]，粘性減衰係数を c [Ns/m]，入力を $f(t)$ [N]，出力を $y(t)$ [m]とする．なお，摩擦や空気抵抗は無視できるものとする．このとき，以下の問いに答えなさい.

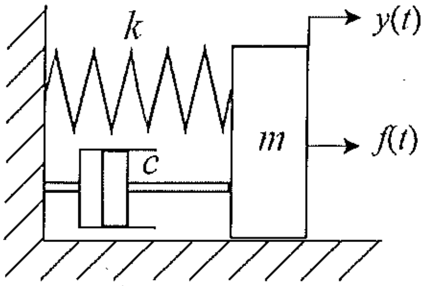

図3

（1－1）図3に示すシステムの運動方程式を答えなさい.

（1－2）状態変数を $x_1(t) = y(t)$，$x_2(t) = \dot{y}(t)$ として，状態方程式および出力方程式を導きなさい.

（1－3）入力を $f(t)$，出力を $y(t)$ としたときの伝達関数を求めなさい.

（1－4）$m = 0.2$ kg，$k = 0.4$ N/m，$c = 0.6$ Ns/m とする．このとき，（1－3）で求めた伝達関数の極を求め，システムの安定性について答えなさい.

（1－5）単位ステップ入力に対する応答を，時間の関数として答えなさい.

（1－6）このシステムに対して状態フィードバック制御を行う．状態変数ベクトルを $\vec{x}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T$，フィードバックゲインを $\vec{F} = [f_1 \quad f_2]$ とすると，状態フィードバック入力は $f(t) = \vec{F} \cdot \vec{x}(t)$ と記述できる．これを踏まえて，閉ループ系の極を-3，-5 に配置するようなフィードバックゲインを求めなさい.

（2）図4のブロック線図に示すシステムにおいて，$P(s) = k/\{s(s-2)\}$，$K(s)$ はPD補償器である．このとき，以下の問いに答えなさい.

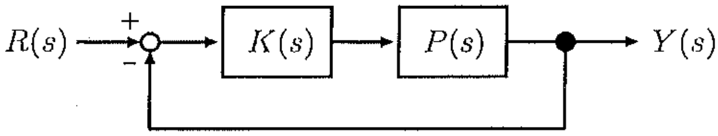

図4

（2－1）PD補償器 $K(s)$ を，比例ゲイン K_P および微分ゲイン K_D を用いて表しなさい.

（2－2）（2－1）の結果を利用して入力 $R(s)$ から出力 $Y(s)$ までの閉ループ伝達関数 $G(s)$ を求めなさい.

（2－3）目標値 $r(t)$ を単位ステップ関数としたとき，定常状態における出力 $y(t)$ の値を求めなさい．ただし，図4の $R(s)$ は $r(t)$ をラプラス変換したものである.

（2－4）$k = 2$，$K_P = 1$とする．このとき，閉ループ系が安定となる K_D の範囲を求めなさい.