

北海道大学大学院工学院修士課程
2025 年 4 月入学ならびに 2024 年 10 月入学
入学試験

環境フィールド工学専攻・北方圏環境政策工学専攻
環境創生工学専攻・環境循環システム専攻
共同資源工学専攻

専門 0 問題冊子

試験時間：9：00～12：00

注：

- ① 解答冊子の表紙にある問題選択票と 4 枚の解答用紙をはずしてはいけません。試験終了後、ホチキスで綴じたまま、それらを提出しなさい。なお、問題冊子と草案紙は持ち帰ること。
- ② 全部で 8 問ある問題のうちの 4 問についてのみ解答しなさい。
- ③ 1 つの問題に対して、解答用紙は必ず 1 枚だけ使用しなさい。表面だけで解答しきれないときには裏面を使いなさい。解答用紙は補充しません。
- ④ 解答用紙のすべてに、問題番号、受験番号を、また、問題選択票と草案紙にも必ず受験番号を記入しなさい。

北海道大学大学院工学院修士課程
2025 年 4 月入学ならびに 2024 年 10 月入学
入学試験

環境フィールド工学専攻・北方圏環境政策工学専攻
環境創生工学専攻・環境循環システム専攻
共同資源工学専攻

専門 0 問題冊子

専門0 問1 (数学)

次の正方行列 A について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

(設問 1)行列式の値を計算せよ.

(設問 2)逆行列 A^{-1} の固有値のうち, 最小値を求めよ.

(設問 3) $B = A^2 - A - 12I$ (I : A と同じ行数, 列数をもつ単位行列)とし, B の階数を求めよ.

専門0 問2 (数学)

(設問1) 次の関数を微分せよ.

$$y = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3$$

(設問2) 次の関数関係で偏導関数 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ.

$$z = uv, \quad u = x + y, \quad v = 3x + 2y$$

(設問3) 次の不定積分を求めよ.

$$\int \frac{(x^2 + 1)^2}{x^3} dx$$

(設問4) 次の二重積分を求めよ.

$$\iint_D xy \, dx dy$$

$$D : 0 \leq x, \quad 0 \leq y, \quad x^2 + 4y^2 \leq a^2$$

専門0 問3 (数学)

次の常微分方程式を解け. ただし, $y = y(x)$, $y' = \frac{dy}{dx}$ および $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$ である.

(設問 1) $y' + \frac{1}{x}y = 2x^2y^2$

(設問 2) $y(1 - x^2)dx - x(x^2 + 1)dy = 0$

(設問 3) $y'' + 4 = \cos(2x)$

専門0 問4 (物理)

図1に示すように、時刻 $t=0$ において x - y 平面上に棒が静止している。この棒は剛体であり、その質量は M とする。この棒に y 軸の正方向に直進するボールが衝突する。このボールによって、棒には時刻 $t_1 \leq t \leq t_2$ において、図2に示すような撃力 $F(t)$ が作用する。ただし、撃力 $F(t)$ は以下の式を満たす。

$$\begin{cases} F(t) > 0 & : t_1 \leq t \leq t_2 \\ F(t) = 0 & : t < t_1, t > t_2 \end{cases}$$

$$0 < I < \infty, I = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt$$

図1において、点 G は棒の重心であり、その位置は (x_G, y_G) とする。また、点 A の位置は (x_A, y_A) とする。点 G から点 A までの距離は a 、点 G からボールの衝突位置までの距離は b とする。全ての運動において、重力、空気抵抗、および摩擦の影響は無視する。このとき、以下の設問に答えよ。

(設問1) 衝突による棒の並進運動について考える。点 G における y 軸方向の運動方程式を書け。

(設問2) 衝突による棒の回転運動について考える。点 G まわりの回転に対する運動方程式を書け。ただし、点 G まわりの回転角 θ は反時計回りを正とし、点 G まわりの棒の慣性モーメントは I_G とする。

(設問3) 時刻 t_2 の直後における棒の運動について考える。点 G, A における y 軸方向の速度 v_G, v_A を求めよ。

(設問4) 時刻 t_2 の直後において、点 A が静止したとする。この場合の a を求めよ。

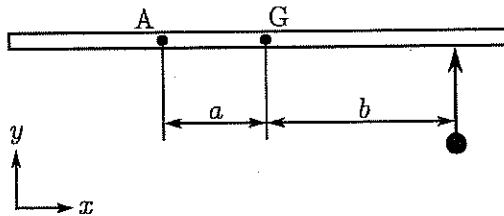


図1: 棒とボールの衝突

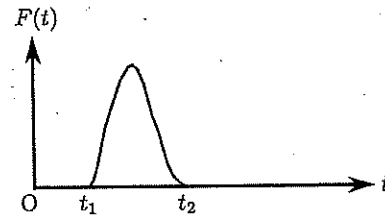
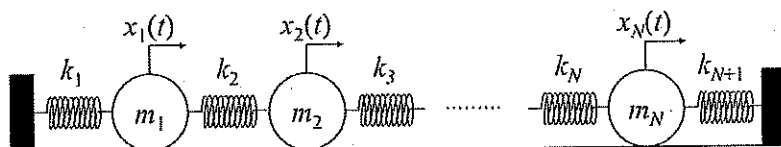


図2: ボールから棒に作用する撃力 $F(t)$

専門0 問5 (物理)

以下の図に示すように、質量 m_n の質点が N 個 ($n=1, 2, \dots, N$)、ばね定数 k_i ($i=1, 2, \dots, N+1$) のばねに両端を固定して連結されている。なお、つり合いの位置からの各質点の変位を $x_n(t)$ とし、重力の影響は無視してよい。ばねの自然長は L とする。



(設問 1)

各質点に対する運動方程式を微分方程式で表せ。

(設問 2)

各質点の変位 $x_n(t)$ について正弦波解 $x_n(t) = A_n e^{i\omega t}$ ($n=1, 2, 3, \dots, N$) を仮定し、 A_n で表される振幅が 0 以外の解を持つ条件を示せ。

$N=3$ ($n=1, 2, 3$ および $i=1, 2, 3, 4$) のときに微小な変位が観測される場合、以下の設問に答えよ。

(設問 3)

各質点の質量が $m_1=m_3=m$, $m_2=M$ かつ各ばねのばね定数が $k_i=k$ のとき、 m , M , k を用いて振動数を求めよ。

(設問 4)

各質点の質量が $m_n=m$ かつ各ばねのばね定数が $k_1=k_4=k$, $k_2=k_3=K$ のとき、 m , k , K を用いて振動数を求めよ。

(設問 5)

各質点の質量が $m_n=m$ かつ各ばねのばね定数が $k_i=k$ のとき、観測される振動数に応じた振幅の比 $A_1 : A_2 : A_3$ を求めよ。

専門0 問6 (物理)

設問1) 圧力が一定の時、理想気体の体積膨張率(単位は K^{-1}) を求めよ(小数点第2位まで)。

設問2) 圧力 P_1 、体積 V_1 の n mol の単原子理想気体を考える。この気体を断熱過程で、準静的に体積 V_2 まで膨張させた(その時の圧力は P_2)。ポアソンの法則 $PV^\gamma = \text{一定}$ を用いて、この膨張による気体が外部にする仕事 W を、 P_1 、 P_2 、 V_1 、 V_2 を用いて表せ。

設問3) 1 mol の酸素気体が (300 K 、 10 m^3) から (500 K 、 100 m^3) に膨張したときのエントロピーの変化を次の手順で求める。ただし、酸素気体を理想気体と考える。

- a) 熱力学の第一法則は、エントロピー (S) と温度 (T) を用いて次のように表現できる。□ を埋めて式(1)を完成せよ。ただし、 U は内部エネルギー、 P は圧力、 V は体積である。

$$dU = \boxed{} - PdV \quad (1)$$

- b) 内部エネルギーの変化の式 $dU = C_v dT$ (ただし、 C_v は定積比熱)、および理想気体の状態方程式 $PV = nRT$ (ただし、 R は気体定数) を用いると、(1) 式は次のようなエントロピーの式に整理できる。□ を埋めて式(2)を完成せよ。ただし、 S_0 は定数である。

$$S = C_v \boxed{} + nR \boxed{} + S_0 \quad (2)$$

- c) 題意のエントロピーの変化を求めよ(小数点第2位まで)。なお、 $C_v = 21.09 \text{ J/mol/K}$ 、 $R = 8.314 \text{ J/mol/K}$ を用いよ。

専門0 問7 (化学)

(設問1)

次のイオン性化合物について、格子エネルギーが高い順に並べ替え、その理由を説明しなさい。

NaCl、MgO、CaO、KCl

(設問2)

以下のデータを使用して、NaClの格子エネルギー (U_L) をBorn-Haberサイクルを利用して計算しなさい。

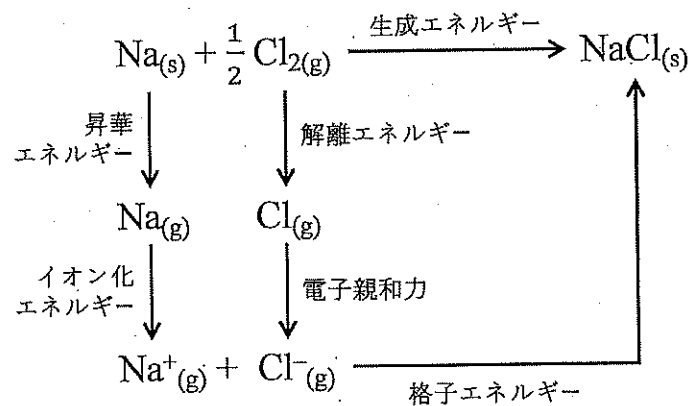


図. NaClのBorn-Haberサイクル

- Naの昇華エネルギー (S) : +109 kJ/mol
- Naのイオン化エネルギー (IE) : +494 kJ/mol
- Cl₂分子の解離エネルギー (D) : +242 kJ/mol
- Clの電子親和力 (EA) : -349 kJ/mol
- NaClの生成エネルギー (ΔH_f°) : -411 kJ/mol

(設問3)

金属、絶縁体、半導体の電気伝導性の違いをエネルギーバンド構造に基づいて説明しなさい。

専門0 問8 (化学)

化学平衡に関する以下の問題に答えよ。

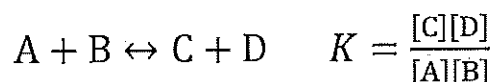
解の公式は以下である。

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

全ての化合物の活量係数を 1.0 と仮定し、 $[X]$ は化合物 X のモル濃度を表すものとする。
M は mol/L である。

設問 1)

化合物 A と B は以下の反応式に従い反応し生成物 C と D が生成される。



K は平衡定数で値は 0.30 である。

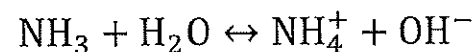
化合物 A が 0.20 mol、化合物 B が 0.50 mol、1 L の水に溶けている。反応が進み平衡に達した後の化合物 A、B、C、D の濃度をそれぞれ求めよ。単位も記せ。

設問 2)

濃度 1.00 mM のアンモニア水溶液の pH を求めよ。

アンモニウムイオンの酸解離定数 K_a は $10^{-9.25}$ である。

アンモニアは水と以下のように反応する。



設問 3)

濃度 0.10 M の酢酸 10 mL と濃度 0.10 M の酢酸ナトリウム水溶液 20 mL を混合して調整した緩衝液の pH を求めよ。

酢酸の酸解離定数 K_a は $10^{-4.75}$ である。

酢酸と酢酸ナトリウムは混合しても反応しないものとする

北海道大学大学院工学院修士課程
2025 年 4 月入学ならびに 2024 年 10 月入学
入学試験

環境フィールド工学専攻・北方圏環境政策工学専攻
環境創生工学専攻・環境循環システム専攻
共同資源工学専攻

専門 1 問題冊子

試験時間：13：00～16：00

注：

- ① 解答冊子の表紙にある問題選択票と 4 枚の解答用紙をはずしてはいけません。試験終了後、ホチキスで綴じたまま、それらを提出しなさい。なお、問題冊子と草案紙は持ち帰ること。
- ② 全部で 16 問ある問題のうちの 4 問についてのみ解答しなさい。
- ③ 1 つの問に対して、解答用紙は必ず 1 枚だけ使用しなさい。表面だけで解答しきれないときには裏面を使いなさい。解答用紙は補充しません。
- ④ 解答用紙のすべてに、問題番号、受験番号を、また、問題選択票と草案紙にも必ず受験番号を記入しなさい。

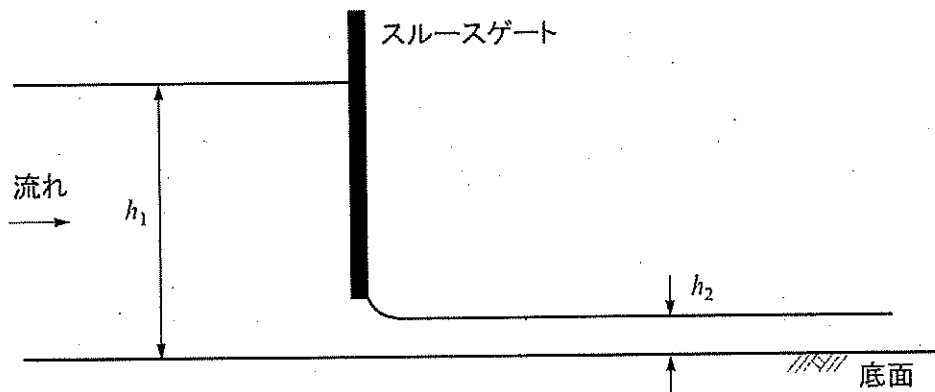
北海道大学大学院工学院修士課程
2025 年 4 月入学ならびに 2024 年 10 月入学
入学試験

環境フィールド工学専攻・北方圏環境政策工学専攻
環境創生工学専攻・環境循環システム専攻
共同資源工学専攻

専門 1 問題冊子

専門 1 問 1 (流体力学)

図のようなスルースゲートを通る開水路流れについて考える。底面は平坦床で、ゲート上下流の水深はそれぞれ h_1, h_2 であるとする。底面や側壁からの摩擦は無視し、エネルギー損失はなく、またゲート近傍を除いて圧力は静水圧で近似できるとき、以下の問に答えよ。重力加速度を g 、流体の密度を ρ とする。



(設問 1)

このゲートを通じて流れる単位幅流量 q を h_1, h_2, g を用いて表せ。

(設問 2)

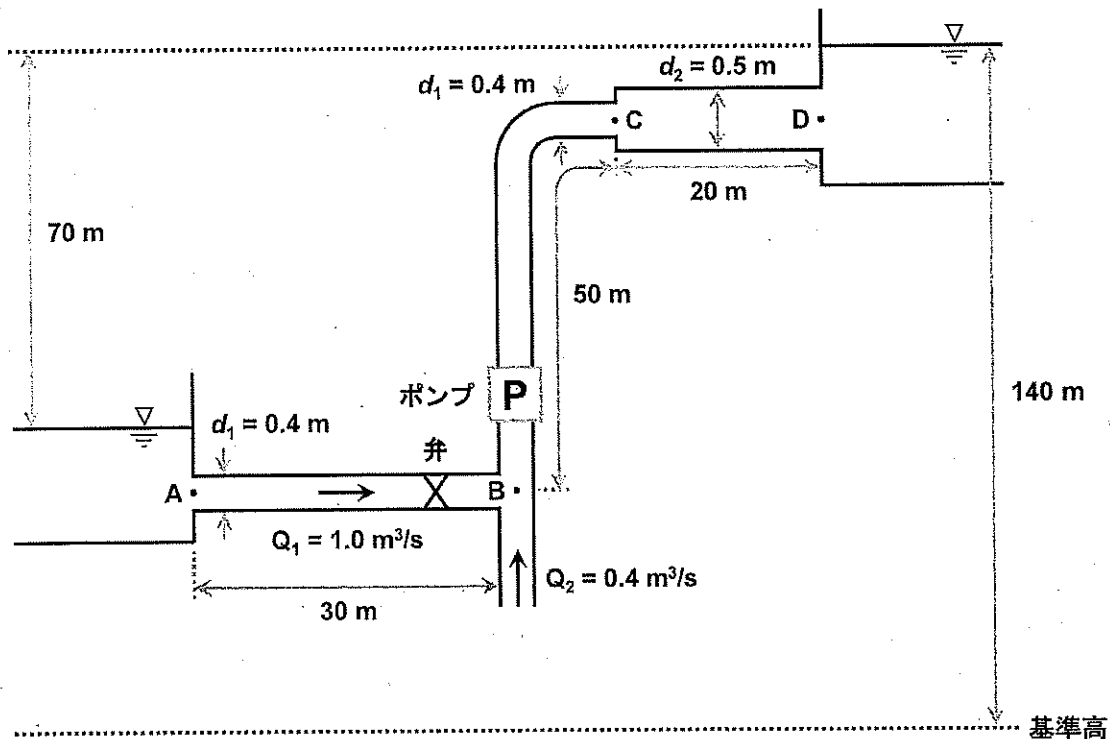
板に作用する単位幅あたりの力 P を h_1, h_2, g, ρ を用いて表せ。

(設問 3)

比エネルギー図、比力図の概形を書き、比エネルギー、比力、 h_1, h_2, P の関係がどのようなになっているか説明せよ。

専門1 問2 (流体力学)

図に示すような円管路において、流量 $Q_1 = 1.0 \text{ [m}^3/\text{s]}$ の水が管路の途中で流量 $Q_2 = 0.4 \text{ [m}^3/\text{s]}$ の水と合流しており、合流後の水をポンプにより下側貯水池から上側貯水池に揚水する。次の設問に答えなさい。但し、流入損失係数は $K_e = 0.5$ 、弁損失係数は $K_v = 0.2$ 、合流部の損失係数は $K_c = 0.3$ 、曲がり部の損失係数は $K_b = 0.2$ 、急拡大損失係数は $K_{se} = 0.35$ 、流出損失係数は $K_o = 1.0$ 、A～D間の管摩擦損失係数は $\lambda = 0.025$ 、ポンプの効率は $\eta_p = 0.9$ 、水の密度は $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ [kg/m}^3]$ 、重力加速度は $g = 9.8 \text{ [m/s}^2]$ とし、答えは有効数字3桁で求めることとする。



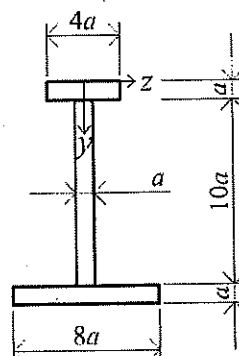
- (設問1) ポンプに要求される全揚程および出力を求めよ。
- (設問2) 点Bにおける合流直前・直後の全水頭の高さを求めよ。
- (設問3) 点Cにおける急拡大直前・直後の全水頭の高さを求めよ。
- (設問4) 点Dにおける出口直前・直後の全水頭の高さを求めよ。

専門1 問3 (構造力学)

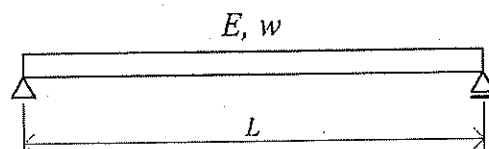
(設問1)

図-1(a)のような yz 平面にある左右対称、上下非対称の I 形断面について、以下の問いに答えよ。なお、原点は図のように上フランジ上端の中央とする。

- (1) 図心の y 座標を求めよ。
- (2) y 軸に平行で、かつ図心を通る軸 (Y 軸) に対する断面 2 次モーメント I_Y を求めよ。
- (3) z 軸に平行で、かつ図心を通る軸 (Z 軸) に対する断面 2 次モーメント I_Z を求めよ。
- (4) 図-1(a)の断面を持つ長さ L の部材を、ヤング係数 E 、単位長さ当たり重量 w の線形弾性体で作り、図-1(b)のように単純支持する。自重によるたわみを最小にするには、断面をどの方向に向ければよいか。重力方向と z 軸がなす角度と、その理由を答えよ。角度は反時計回りに回転させる方向を正とする。



(a) I 形断面



(b) 単純ばり

図-1

(設問2)

図-2 のような弾性ばねで先端が支持された長さ L の片持ばりがある。先端に集中荷重 P が作用するとき、以下の問いに答えよ。ただし、はりの曲げ剛性は EI で一定、ばねのばね定数を $k = \frac{6EI}{L^3}$ とする。

- (1) A 点の支点反力を求めよ。
- (2) C 点の支点反力を求めよ。
- (3) B 点の鉛直変位量を求めよ。

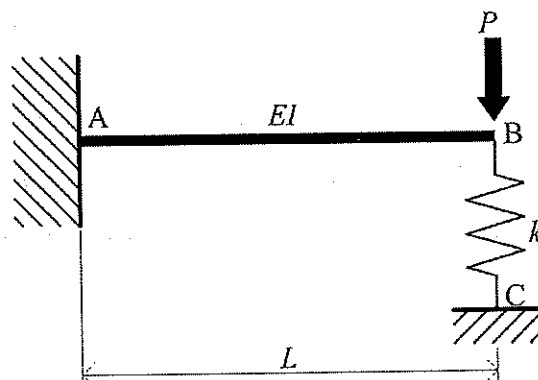


図-2

専門1 問4 (土の力学)

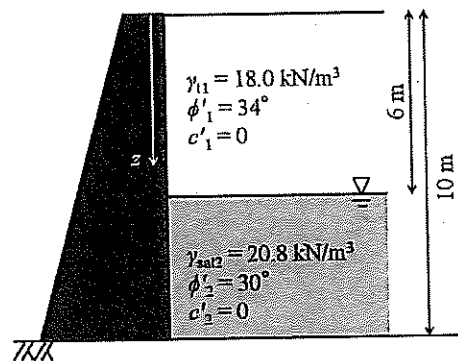
以下の設問に答えなさい。

(設問1) 飽和した土試料の質量 m が135 gであり、これを十分に炉乾燥したところ質量 m_s が75 gになったとする。この土試料の含水比 w (%)と間隙比 e を求めるとともに、これらの結果を用いて飽和単位体積重量 γ_{sat} (kN/m³)を求めよ。ただし、土粒子の比重 G_s を2.70、重力加速度 g を9.8 m/s²とする。

(設問2) 上面・下面がともに排水境界条件(両面排水条件)となっている層厚8.0mの粘土層で、中央深さにおける初期状態の鉛直有効応力 σ'_{v0} が80kN/m²、初期間隙比 e_0 が2.2であったとする。この粘土層に対して圧密圧力増分 $\Delta p=40$ kN/m²を作用させる。圧縮指数 C_c が0.9であるとき、予想される最終沈下量を計算せよ。なお、 $\log 2=0.301$ 、 $\log 3=0.477$ を用いてもよい。

(設問3) 図に示した擁壁が主働状態にあるとき、擁壁のある高さ(擁壁背後の土の地表面からのある深さ z)における擁壁背後の土の有効土被り圧を σ'_v 、その高さ(深さ)で壁面に作用するランキンの主働土圧を σ'_a とする。擁壁背後の砂のせん断強さは粘着力 c' (=0)とせん断抵抗角(内部摩擦角) ϕ' で表せるとする。

- (1) σ'_v 、 σ'_a 、 ϕ' の関係の概念図をモールの応力円とモール・クーロンの破壊規準に基づいて描け。
- (2) 上の問(1)で描いた図に基づいて、主働土圧係数 K_a を ϕ' だけの関数として表せ。
- (3) ランキンの主働土圧 σ'_a と静水圧 u_0 の分布を求め図示せよ。ただし、水の単位体積重量 γ_w は9.8 kN/m³とする。



専門1 問5 (岩の力学)

- (設問1) ある岩石の三軸圧縮試験におけるピーク強度／残留強度は、封圧 10 MPa のとき 180/35 MPa、封圧 20 MPa のとき 205/70 MPa であった。この岩石の一軸圧縮強度、内部摩擦角、破断面の摩擦角を求めよ。
- (設問2) 鉛直方向の主応力 20 MPa、水平方向の最大主応力が東西方向に 30 MPa、最小主応力が南北方向に 10 MPa の岩盤に、南北方向の円形トンネルを掘削する。岩盤の圧縮／引張強度を 60/10 MPa として、トンネル周辺岩盤の応力集中状況と破壊状況をわかりやすく図示せよ。
- (設問3) 岩石の変形破壊挙動に与える温度の影響について知るところを 50～100 字程度で記せ。

専門1 問6 (コンクリート工学)

下図に示す曲げモーメントを受ける単鉄筋コンクリート長方形断面に関して、次の設問に答えなさい。ただし、コンクリートの圧縮強度は 35 N/mm^2 、コンクリートのヤング係数は 30 kN/mm^2 、鉄筋の引張降伏強度は 345 N/mm^2 、鉄筋のヤング係数は 200 kN/mm^2 である。

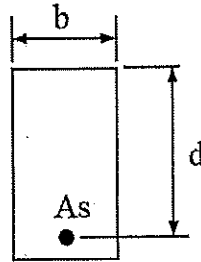


図 単鉄筋コンクリート長方形断面

- 設問1 曲げ破壊の形態について、次の3つの語句をすべて用いて説明せよ。
終局、降伏、変形
- 設問2 断面の幅 (b) が 250 mm 、有効高さ (d) が 300 mm 、引張鉄筋量 (A_s) が 1200 mm^2 の断面について、鉄筋降伏時の曲げモーメントを計算せよ。ただし、圧縮を受けるコンクリートは弾性体とし、コンクリートの引張抵抗は無視してよい。
- 設問3 設問2の断面について、曲げモーメント $70 \text{ kN} \cdot \text{m}$ が作用するとき、圧縮縁コンクリートの圧縮応力および鉄筋の引張応力をそれぞれ計算せよ。ただし、圧縮を受けるコンクリートは弾性体とし、コンクリートの引張抵抗は無視してよい。
- 設問4 設問2の断面の鉄筋量を変化させ釣合破壊が生じたときの鉄筋量を計算せよ。ただし、コンクリートの圧縮破壊ひずみは 0.0035 とし、破壊時のコンクリートに作用する圧縮合力の計算には $0.85f'_c \times 0.8x$ (f'_c : コンクリートの圧縮強度, x : 中立軸深さ) の等価応力ブロックを用いてよい。

専門1 問7 (計画数理学)

(設問1) 下表はある学力テストの数学の試験について、A 高校と B 高校のそれぞれの受験者 5 名の点数である。A 高校と B 高校の平均点について、有意水準 5% ($\alpha=0.05$) で統計的に平均点の有意な差があるか、分散分析表を作成して説明しなさい。適宜、F 分布表の値を用いること。

A高校	B高校
85	88
90	74
70	96
74	65
98	72

F 分布表 ($\alpha=0.05$)

n \ m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98

(第1自由度は m、第2自由度は n とする)

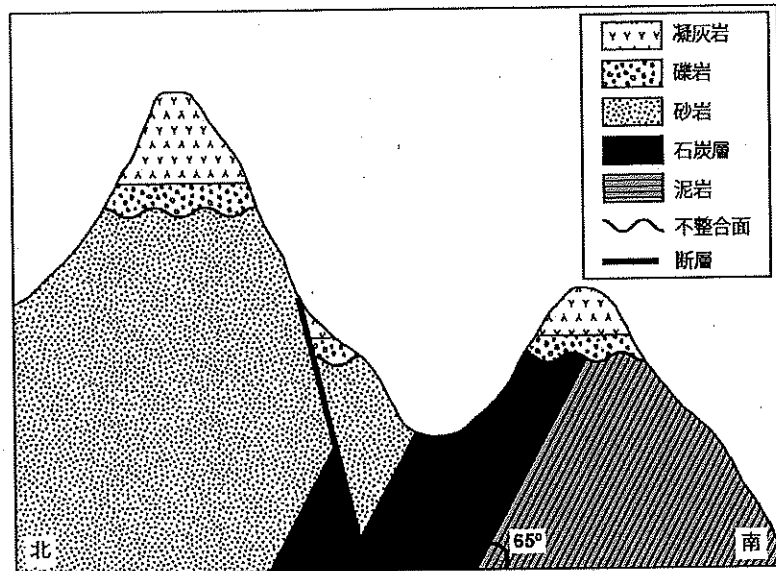
(設問2) 次の文章を読んで、以下の問に答えよ。

大気汚染の原因は、主として自動車と産業からの排気ガスにあるとする。今後 5 年間にこれら 2 つの汚染源について、自動車の排気ガスを有効に制御しうる確率は 60%、産業からの排気ガスを有効に制御しうる確率は 75%である。いずれか一方のみを制御した場合には、大気汚染が許容値以下になる確率は 80%である。なお、両者が制御された場合、許容値以下になる確率は 100%であり、両者が制御されなかった場合はその確率は 0%である。

- ① 今後 5 年間で大気汚染を制御しうる確率はいくらか。
- ② 今後 5 年間で大気汚染を制御し得ない場合、その原因が自動車排気ガス制御の失敗のみに着せられる確率はいくらか。

専門1 問8 (地質学基礎)

右図は、ある地域における南北方向の地質断面図を模式的に示したものである。この地域での地層の逆転はなく、断層には水平方向のずれはないものとする。また、不整合面以外において地層は全て整合的に堆積したとして、以下の設問に答えよ。



(設問 1) 地層に関する以下の用語について簡単に説明せよ。

(1-1) 不整合 (1-2) 断層 (1-3) 走向 (1-4) 露頭

(設問 2) 地層に関する以下の記述について正しいかどうかを判定せよ (回答用紙に番号と○×をつける)。

- (2-1) 図に示されている断層は逆断層である
- (2-2) 図の泥岩層の走向が東西 (EW) であるとする、傾斜は 65°S と表される
- (2-3) 凝灰岩は火山灰が固結して生じた火山碎屑性の岩石である
- (2-4) 碎屑性堆積岩は礫岩、シルト岩、砂岩、頁岩の順で粒子径がより細くなる
- (2-5) 石炭は瀝青炭→褐炭→無煙炭の順に石炭化度が上昇し、発熱量が向上する
- (2-6) 一般的に砂岩よりも泥岩の方が透水性は高い

(設問 3) この地域の地層や地質構造の形成過程について述べた文(a)から(h)を時代順に古い方から並べよ。

- (a) 凝灰岩の堆積
- (b) 礫岩の堆積
- (c) 砂岩の堆積
- (d) 石炭層の堆積
- (e) 泥岩の堆積
- (f) 地層の傾斜
- (g) 不整合面の形成
- (h) 断層の形成

専門 1 問9(地質学基礎)

玄武岩は他の岩石に比べて風化し易い岩石である。玄武岩が風化し易い理由を、構成鉱物や含有物質の結晶化学的な視点および玄武岩の成因の観点から、適宜図などを使い説明せよ。

専門1 問10 (物理化学)

(設問1) 以下の設問の空欄にふさわしい言葉を答えなさい。

自由エネルギー変化 ΔG_r は、ある化学反応が[ア]進行するかどうかを判断するための熱力学的指標である。 ΔG_r が負の値を取ると、その反応は[イ]進行する。 ΔG_r が負の値を持つ反応では、系の自由エネルギーは[ウ]する。 ΔG_r は反応物と生成物の自由エネルギーの差として計算され、このとき反応物の自由エネルギーが[エ]、生成物の自由エネルギーが[オ]場合、 ΔG_r は負となる。化学反応において、 ΔG_r がゼロの場合、その反応は[カ]状態にある。

[ア]

[イ]

[ウ]

[エ]

[オ]

[カ]

(設問2)

好気性亜硝酸酸化反応について、以下の条件における ΔG_r を計算しなさい。

NO_2^- 50 mM、 NO_3^- 10 μM 、 $\text{O}_{2(g)}$ 0.1 mM、pH 6.0、25°C、1 atm

ΔG_f° (kJ/mol): NO_2^- -37.3、 NO_3^- -109.3、 $\text{O}_{2(g)}$ 0 (ゼロ)、 H^+ 0 (ゼロ)

気体定数 8.314 J/(mol K)

(以上)

専門1 問11 (物理化学)

(設問1) 化学反応式 $\text{PbCl}_2(\text{s}) = \text{Pb}^{2+} + 2\text{Cl}^-$ (s: 固体)

(a) 濃度平衡定数 K を、各物質のモル濃度 (物質 A のモル濃度を $[A]$ と表す) を用いて書きなさい。

(b) 各物質の標準生成ギブス自由エネルギー $G^0(\text{kJ/mol})$ を用いて標準反応ギブス自由エネルギー ΔG^0 を計算しなさい。

各物質の $G^0(\text{kJ/mol})$ Pb^{2+} : -24.4, Cl^- : -131.2, PbCl_2 : -314.1

(c) ΔG^0 の値を用いて熱力学平衡定数 K^0 を計算しなさい。

気体定数 $R: 8.314[\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}] = 8.314 \times 10^{-3}[\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}]$, $T: 25^\circ\text{C} = 298.15\text{K}$,

常用対数 $\log_{10}$ を自然対数 $\ln$ に直す: 2.303 倍する

(d) PbCl_2 のモル溶解度を $S[\text{mol/l}]$ とすると、溶解度積 K_{sp} は S を用いてどのように表されるか。

(e) 次の溶液中での PbCl_2 のモル溶解度をそれぞれ求めよ。(溶解度積 $K_{\text{sp}} = 1.7 \times 10^{-5}$)

0.01M の NaOH 水溶液

0.1M の NaCl 水溶液

(設問2) 半電池反応 $\text{Ag}^+ + \text{e}^- = \text{Ag}$ ($E^0 = +0.80\text{V}$), $\text{Zn}^{2+} + 2\text{e}^- = \text{Zn}$ ($E^0 = -0.76\text{V}$) において全ての化学種の活動度を1とする。

(a) 2つの半電池反応を組み合わせてできる電池反応式を書きなさい。

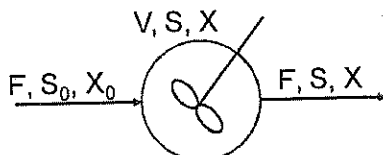
(b) この電池の起電力 E^0_{cell} を求めなさい。

(c) この電池反応の起電力から $\log K^0$ を求めなさい (K^0 : 熱力学的平衡定数)

ファラデー定数 $F: 9.65 \times 10^4 [\text{クーロン/mol}]$

専門1 問12 (微生物工学)

(設問 1) ケモスタット (完全混合型培養槽) を用いて大腸菌の連続培養を図に示すような条件で行った。



ここで、 V : 培養槽の容積、 F : 培地の流入速度、 S_0 : 流入基質濃度、 S : 培養槽内の基質濃度、 X_0 : 流入大腸菌濃度、 X : 培養槽内の大腸菌濃度、である。流入する培地は、完全に滅菌してあると仮定する。

- (1) 培養槽内の大腸菌濃度 X についての物質収支式を書きなさい。この場合、培養槽内では大腸菌の増殖のみが生じている (同時に基質の消費が生じる) と仮定し、希釈率は $(D)=F/V$ 、大腸菌の細胞収率は $Y_{x/s}$ 、大腸菌の比増殖速度 (μ) は Monod 式で表現できるものとする。
- (2) この物質収支式より、培養槽内の大腸菌の増殖速度をあなた (実験者) がコントロールできることを証明しなさい。
- (3) 培養槽内の基質濃度 S について物質収支式を書きなさい。また、培養槽内の大腸菌濃度 (X) も、あなた (実験者) がコントロールできることを証明しなさい。

(設問 2) 細菌の DNA の複製は、細胞増殖の基本をなすものであり、遺伝情報の伝達という点からも重要である。この DNA の複製は半保存的複製ともいわれている。DNA 複製のメカニズムを以下の言葉を用いて説明しなさい。

[リーディング鎖、ラギング鎖、岡崎フラグメント、DNA ポリメラーゼ、RNA プライマー、DNA リガーゼ]

(設問 3) 大腸菌を乳糖 (ラクトース) を含む培地で培養すると、乳糖分解酵素を生成し乳糖を分解し生育することができる。しかし、乳糖を含まない培地で培養すると、乳糖分解酵素を生成できなくなる。これは、大腸菌が必要でない酵素をつくるような無駄をしないわけである。大腸菌がどのようにこの乳糖分解酵素の生成を転写レベルで調節しているか説明しなさい。

専門1 問13 (熱力学)

(設問1) 温度 50°C 、乾き度 0.8 のときの①蒸気の比体積(v)、②比エンタルピー (h)、③比エントロピー (s) および④比内部エネルギー(u)を求めよ。なお、温度 50°C の水の圧力 (p): $0.0124[\text{MPa}]$ 、飽和水の比体積 (v'): $0.00101[\text{m}^3/\text{kg}]$ 、乾き飽和蒸気の比体積(v''): $12.02[\text{m}^3/\text{kg}]$ 、水の密度(ρ): $0.0831[\text{kg}/\text{m}^3]$ 、飽和水の比エンタルピー(h'): $209.34[\text{kJ}/\text{kg}]$ 、乾き飽和蒸気のエンタルピー(h''): $2591.3[\text{kJ}/\text{kg}]$ 、飽和水の比エントロピー(s'): $0.703[\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$ 、乾き飽和蒸気の比エントロピー(s''): $8.07[\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$ である。

(設問2) ある冷媒を用いた下図に示す蒸気圧縮式冷凍サイクル ($1\rightarrow 2$: 断熱圧縮、 $2\rightarrow 3$: 等圧放熱、 $3\rightarrow 4$: 絞り膨張、 $4\rightarrow 1$: 等圧吸熱) について次の値を求めよ。なお、下図に示すこのサイクルの各点のエンタルピーの値は、それぞれ $h_1: 395[\text{kJ}/\text{kg}]$ 、 $h_2: 439[\text{kJ}/\text{kg}]$ 、 h_3 および $h_4: 241[\text{kJ}/\text{kg}]$ である。

(1) 冷凍機として使用しているときの冷凍室の温度は -10°C 、冷凍機の周囲温度は 40°C の場合の冷房成績係数と理論最大成績係数を求めよ。また、 1kW の冷媒効果を得るために必要な冷媒の循環量を求めよ。

(2) ヒートポンプとして使用しているときの外気温度は -10°C 、室内温度を 40°C に保つ場合の暖房成績係数と理論最大成績係数を求めよ。

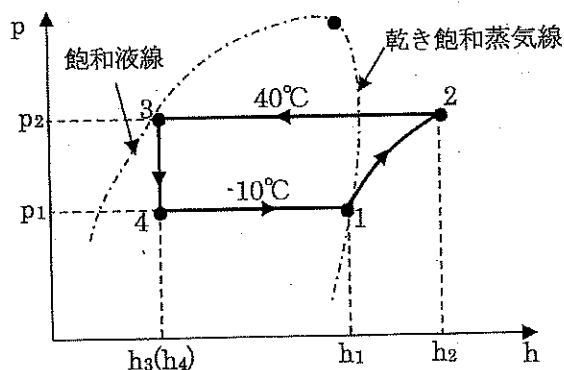


図 蒸気圧縮式冷凍サイクルの
圧力 (p) -エンタルピー (h) 線図

専門 1 問 14 (反応工学)

(設問 1) 水中に含まれる毒性物質 A が還元剤 B により無毒な物質 C へと変換されることを見だし、これを利用して、図 1 のような A の除去装置を作製した。この手法では、1 mol の A は 1 mol の B と反応し、3 mol の生成物 C へと変換されるという ($A + B \rightarrow 3C$)。

また、A の分解速度 r_A は、A の濃度 C_A と B の濃度 C_B に関する 2 次反応に従うことが分かっている ($r_A = kC_AC_B$)。今、図 1 の通り、流通式完全混合反応槽 (容積 $V=20$ L) を使い、A を 6 mmol/L 含む汚染水 (B, C は含まないとする) に B を 6 mmol/L になるように添加し、流量 $Q=10$ L/h で処理したところ、反応槽出口での C の濃度が 12 mmol/L で一定となった。以下の間に、有効数字 3 ケタで答えよ。

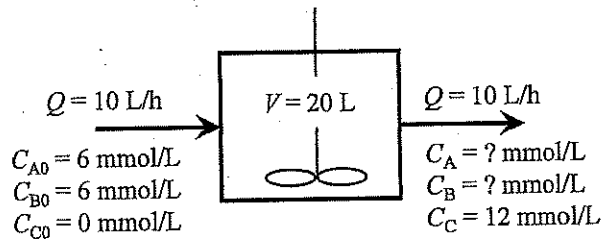


図1. 毒性物質Aの除去装置

- (1) 反応速度定数 k を求めよ。
- (2) 流量を変えず、定常状態で 99% の A の除去を達成するためには、装置容積を何倍に設定すればよいか？

(設問 2) 流量 20 m³/h、容積 100 m³ で設計された反応槽がある。この反応槽を長らく使ってきたが、反応槽内に非意図的な沈澱が生じ、有効容積が減少している可能性 (= 死空間の存在) が疑われ始めた。そこで、この反応槽にトレーサーをインパルス的に投入し、出口濃度をモニタリングしたところ、図 2 のような結果を得た。生じている沈澱 (= 死空間) の容積を有効数字 3 ケタで求めよ。

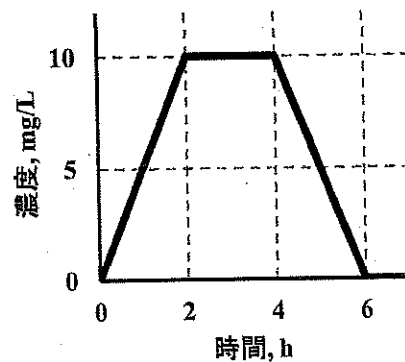


図2. トレーサー出口濃度の経時変化

専門1 問15 (分離工学)

(1)

砂ろ過池における損失水頭が大きくなった場合には逆洗を行う必要がある。砂ろ過池の逆洗では砂の沈降速度とほぼ等しい上昇流速をかけて砂層を膨張させ、汚濁物を除去する。北海道のような気候帯で運転する砂ろ過池と、赤道直下のような熱帯で運転するろ過池とでは、必要となる逆洗流量が異なる。この理由を説明せよ。

(2)

高濃度懸濁液の濃縮を行うシックナーは、ストークスの式を用いた設計・解析ができない。この理由について簡潔に記せ。

(3)

凝集沈殿処理を行う浄水場では、夏に比べると冬で処理性が悪化することがよくある。攪拌強度の観点からこの理由を説明せよ。

(4)

凝集処理と活性炭吸着処理のそれぞれで良好な処理が見込める汚濁成分を記せ。

(5)

1年の内の大半で原水中に高濃度の藻類が含まれ、同時に藻類が放出する異臭味物質が問題となる原水を浄水処理したい。適切と考える処理システムフロー図を、理由を付して記せ。

(6)

凝集処理を行った後の河川水を流量 $0.755 \text{ m}^3/\text{s}$ で沈殿処理するための矩形沈殿池を設計したい。用地上の制約と維持管理の観点から沈殿池の幅は 12 m にする必要がある。沈殿池深さは先行事例に従い 4 m とする。凝集処理によって発生するフロックの沈降速度は一様に 4.45 m/h であるとし、このようなフロックを十分に除去できるような沈殿池としたい。水の密度を 999.7 kg/m^3 、粘性係数を $1.31 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ とする。

(a) 矩形沈殿池の長さを有効数字二桁で決定せよ。

(b) 上記計算に基づき設計する沈殿池内流れのレイノルズ数を求めよ。

(c) 沈殿池内流れのレイノルズ数は小さい方が望ましい。この理由を説明せよ。

(d) 上記 (b) で求めたレイノルズ数は矩形沈殿池で望ましいとされる値 ($<20,000$) を超過する。レイノルズ数を $20,000$ 未満にするために考えられる方策を記せ。処理水量の変更は検討しない。

専門1 問16 (環境統計学)

(設問1)

正規分布に従う母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から、サンプル数 n の標本を複数回抽出すると、標本平均($\bar{x}$)の分布は $N(\mu, \sigma^2/n)$ に従う。標本平均の分散が母分散の $1/n$ になることを証明せよ。なお母集団は十分に大きい。

(設問2)

X が標準正規分布に従い、 χ^2 が自由度 ϕ のカイ二乗分布に従うとき、 $T = \frac{X}{\sqrt{\chi^2/\phi}}$ は自由度 ϕ の T 分布に従う。正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から取り出したサイズ n の標本の標本平均を $\bar{x}$ 、標本分散を s^2 (分散は不偏分散ではない) としたとき、 $\frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{s^2/(n-1)}}$ が自由度 $n-1$ の T 分布に従うことを示せ。

(設問3)

ある物質の合成プロセスにおいて、特殊な薬剤を添加する系(A)と添加しない系(B)とで合成を行い、合成成功率の比較を行った。その結果、表1の結果を得た。以下の問に答えよ。

表1 薬剤添加／非添加の結果

	合成成功	合成失敗	合計
A	120	80	200
B	90	110	200

(1) 薬剤を添加した系(A)の方が添加しない系(B)よりも合成成功率が高いかどうかを調べたい。

①各系の合成成功率を求めよ。

②各系の合成成功率の母比率を p_A, p_B として帰無仮説と対立仮説を示せ。

③2つ集団(ここでは1, 2と記載する)の母比率(p)と標本値(n, X)については、

$$Z = \frac{X_1/n_1 - X_2/n_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(1/n_1 + 1/n_2)}} \quad \text{が } N(0, 1) \text{ に従う。}$$

ここで、 n_1, n_2 は2つの母集団の標本数、 $X_1/n_1, X_2/n_2$ は標本比率、また $\hat{p}$ は「2つの母集団の母比率が等しい」という帰無仮説の下での母比率の不偏推定値である。

薬剤を添加した系(A)の方が添加しない系(B)よりも合成成功率が高いかどうかを、有意水準5%で検定せよ。ただし、 $Z(0.05/2) = 1.960$ 、 $Z(0.05) = 1.645$ である。

(2) 母比率の $100(1-\alpha)\%$ 信頼区間は以下の式で表される。薬剤を添加した系(A)における合成成功率の95%信頼区間を求めよ (α は有意水準[一]。他の記号の意味は上式と同じ)。

$$\frac{X}{n} - z(\alpha/2) \sqrt{\frac{X/n(1-X/n)}{n}} < p < \frac{X}{n} + z(\alpha/2) \sqrt{\frac{X/n(1-X/n)}{n}}$$

(3) 信頼区間の推定精度はサンプル数に依存する。(2)の推定区間幅を5分の1にするには、サンプル数をどれだけにするべきか。