北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻，人間機械システムデザイン専攻，
エネルギー環境システム専攻，量子理工学専攻

機械・宇宙航空工学系研究室群

試験問題

材料力学，機械力学・制御工学

試験日：令和６年８月２０日（火）
時　間：９：００～１２：００

「材料力学」，「機械力学・制御工学」ともに問１および問２の両方を解答せよ．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記せよ．

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで問題用紙の中を見てはいけません．
2. 携帯電話，スマートフォンは電源を切りなさい．時計のアラームも使用してはいけません．
3. 受験中，机上には受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができません．
4. 答案用紙，草案紙上欄に科目名，問の番号（答案用紙のみ）および受験番号を記入しなさい．なお，専攻名は記入不要です．また，問題用紙下欄に受験番号を記入しなさい．
5. 答案用紙は裏面を用いても構いません．ただし「裏面に続く」と明記しなさい．
6. 問題用紙の印刷不鮮明，答案用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に申告しなさい．
7. 問題用紙の余白は利用しても構いませんが切り離してはいけません．
8. 試験終了後，問題用紙，答案用紙および草案紙はすべて提出しなさい．

受験番号	

科　目　名	材料力学

問１および問２の両方を解答しなさい．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１

図１に示すように，単位長さあたりτの等分布ねじりモーメントを受ける長さL，直径d，横弾性係数Gの丸軸を考える．軸の左端は剛体壁に固定され，ねじりモーメントは右端から$2L/3$の区間に等しく分布している．以下の問いに答えなさい．

（１） この丸軸の断面二次極モーメントI_pを求めなさい．ただし，導出過程を明記すること．

以降の問いでは，丸軸の断面二次極モーメントは全てI_pのまま用いなさい．

（２） 丸軸の右端を原点０とし，左端に向かう方向を正としたx座標を考える．位置x（$0 \leq x \leq 2L/3$）の断面におけるねじりモーメントT_1を求めなさい．

（３） 位置xに微小長さdxを考える．dxの両端にT_1が作用すると考えた場合，dxに生じるねじれ角$d\phi$を求めなさい．

（４） 右端から位置x（$2L/3 < x \leq L$）の断面におけるねじりモーメントT_2を求めなさい．

（５） この丸軸の右端に生じるねじれ角ϕを求めなさい．

（６） 図２に示すように，同じ丸軸の右端も剛体壁に固定し，図１と同じ等分布ねじりモーメントを与えた．このとき，丸軸の左端および右端が剛体壁から受ける反モーメントの大きさT_LおよびT_Rをそれぞれ求めなさい．

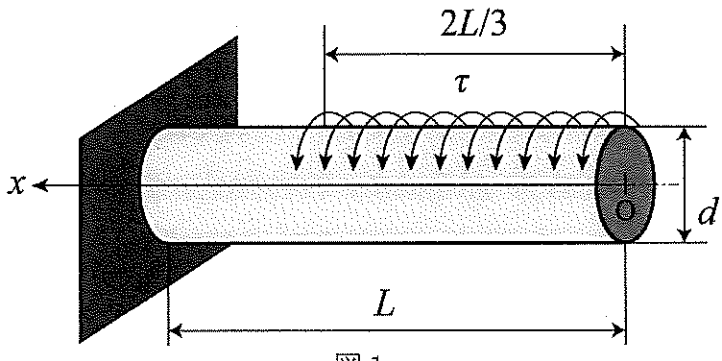

図１

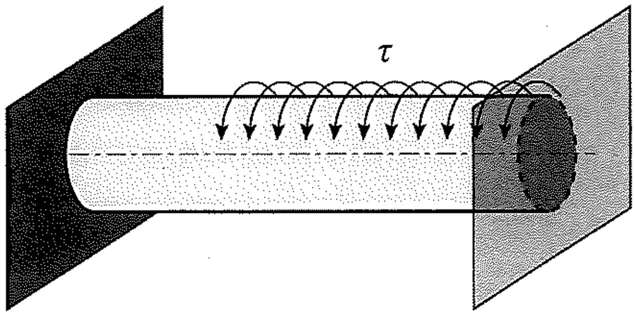

図２

問2

図3に示すように，角部が直角に剛節された門型ラーメン構造ABCDが点Aおよび点Dで水平な剛体床に垂直に固定されている．柱AB，柱CDおよび水平なスパンBCの長さは共にLで，曲げ剛性はEIである．水平スパンBCの中点に荷重Wを鉛直下方向に与えた．この門型ラーメン構造の変形を，図4のように角部BおよびCで切り離して，荷重を受ける水平な単純支持はりBCと剛体床に垂直な脚部の片持ちはりABの変形として考える．角部における水平方向および鉛直方向の内力をそれぞれNおよびRとし，モーメントをMとする．各々の部材の軸力による変形は，曲げ変形に比べて微小であるから無視できるものとする．また，角部は剛節であるので変形後も直角を保つことから，角部においてそれぞれの部材のたわみ角は等しい．図中の矢印の向きを正として以下の問いに答えなさい．ただし，自重の影響は無視しなさい．

（1）RをWで表しなさい．
（2）NをWで表しなさい．
（3）MをWとLで表しなさい．
（4）荷重点におけるたわみの大きさをW, LおよびEIで表しなさい．

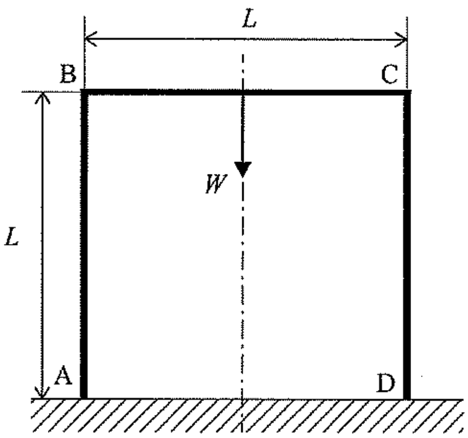

図3

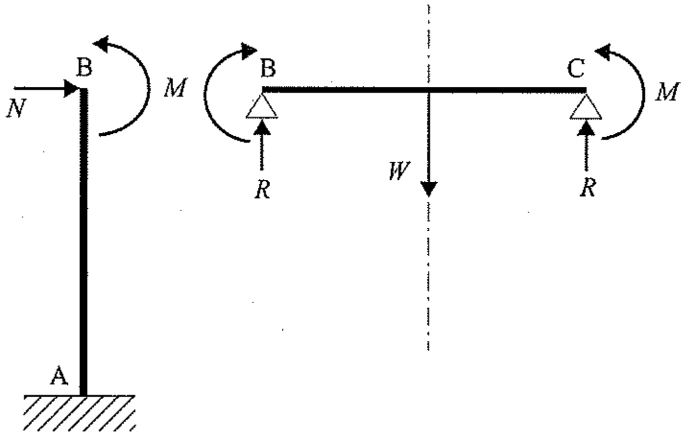

図4

科　目　名	機械力学・制御工学

問１および問２の両方を解答しなさい．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１

次の（1）および（2）に答えなさい．

（1）図１に示すように，xy 平面において，１辺の長さが a の正方形板が図心 O から距離 e 離れた点 O'を中心とする半径 r の円孔をもっている．この有孔正方形板の質量は m である．このとき，以下の問いに答えなさい．ただし，重力加速度を g とする．

（1－1）有孔正方形板の重心 G の座標 (x_G, y_G) を求めなさい．

（1－2）有孔正方形板の円孔を，同じ材料で塞いだときの正方形板の図心 O まわりの慣性モーメント I_O を求めなさい．

（1－3）有孔正方形板の重心 G を通り，有孔正方形板と垂直な固定軸まわりの慣性モーメント I_G を求めなさい．

（1－4）次に，有孔正方形板が点 O で支えられ，xy 平面内で回転できるようにする．つりあいの位置付近で角度 θ で小さく振動をしているとき，有孔正方形板の運動方程式を求めなさい．

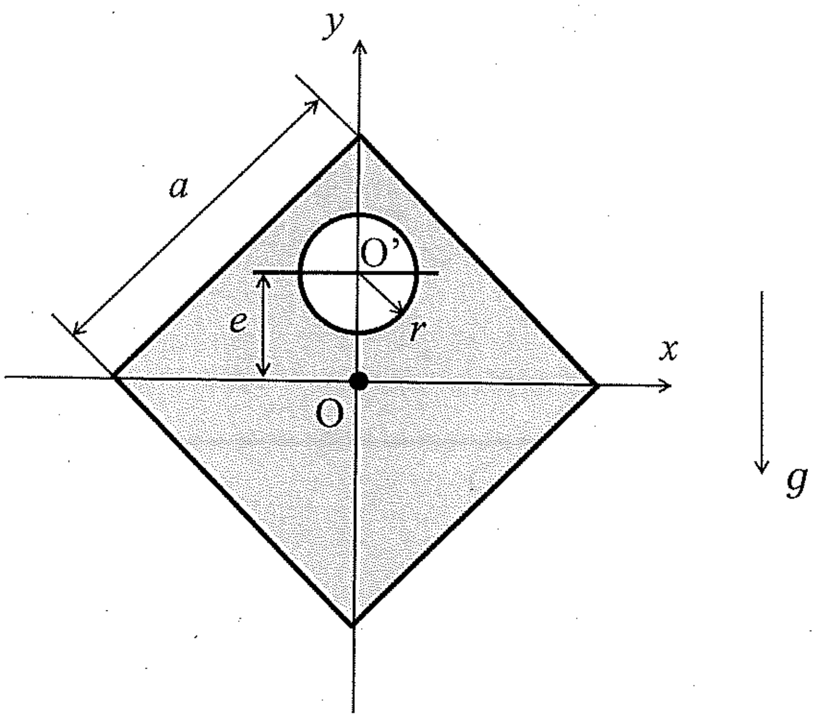

図１

（2）は次ページに記されている．

（2）図２に示すように，中心をOとし，半径 a の鉛直面内に固定された円輪の粗い内面に，中心をO'とする半径 b $(a>b)$，質量 M の円板が接し，円輪内を滑ることなく転がっている．鉛直下向き方向に y 軸，Oを原点としてO'を通る半径方向に r 軸をとると，円板が y 軸から θ 転がると，円板自身もO' まわりに ϕ 回転した．このとき，以下の問いに答えなさい．ただし，重力加速度を g とする．

（２－１）円輪と円板との間の摩擦力を F, 円板が円輪から受ける抗力を N として，円板の中心O' に関する運動方程式（r 方向，θ 方向）を求めなさい．

（２－２）円板のO'まわりの慣性モーメントを求めなさい．

（２－３）円板が θ 転がったとき，実際の円板の回転角は $\phi-\theta$ となる．ここで $\phi-\theta$ に関する円板のO'まわりの回転の運動方程式を求めなさい．

（２－４）ϕ と θ の関係は $\phi=a\theta/b$ が与えられる．これを用いて摩擦力 F を求めなさい．

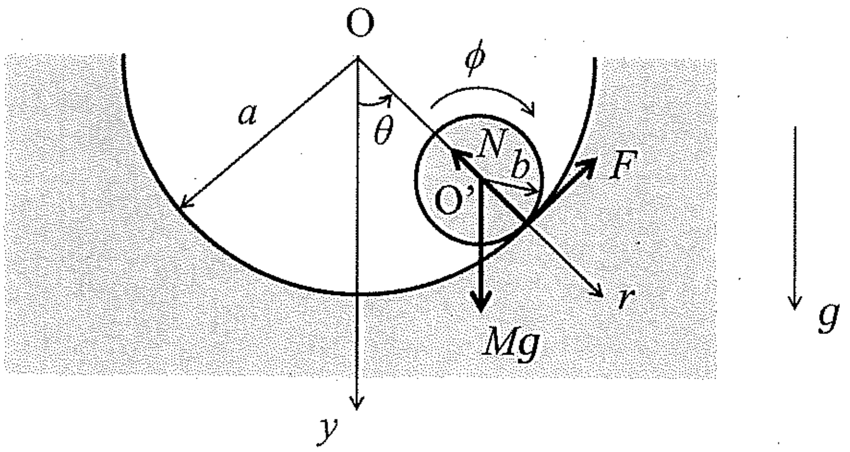

図２

問２

次の（１），（２）に答えなさい．

（１） 次式の伝達関数 $G(s)$ で表されるシステムについて考える．

$$G(s)=\frac{16}{s^3+4s^2+8s}$$

ここで，s はラプラス演算子である．以下の問いに答えなさい．

（１－１）$G(s)$ の極を求め，この系の安定性について述べなさい．

（１－２）$G(s)$ の周波数伝達関数を求めなさい．

（１－３）（１－２）で求められた周波数伝達関数から，位相が -180° となる周波数を求めなさい．

（１－４）この系のゲイン余裕[dB]を求めなさい．

（１－５）$G(s)$ を用いて，図３に示すフィードバック制御系を構成する．図３において，K は比例ゲインである．このフィードバック制御系が安定となるための K の範囲を求めなさい．

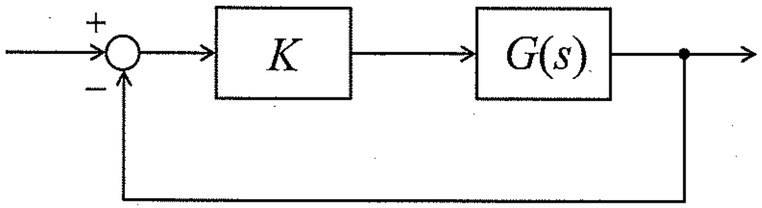

図３

（２）は次ページに記されている．

（2）以下の微分方程式で表されるシステムを考える．

$$\ddot{y}(t)+4\dot{y}(t)+5y(t)=u(t)$$

ここで，$u(t)$ は入力，$y(t)$ は出力であり，$\dot{y}(t)$ は $y(t)$ の時間微分を表す．また，$y(0)=\dot{y}(0)=0$ である．以下の問いに答えなさい．

（2－1）$u(t)$ が単位インパルス入力のとき，出力 $y(t)$ を求めなさい．

（2－2）$u(t)$ が大きさ A のステップ入力のとき，$y(t)$ の定常値は 0.1 となった．このときの A を求めなさい．

（2－3）$x_1(t)=y(t)$，$x_2(t)=\dot{y}(t)$ として，この系を状態方程式で記述しなさい．ここで，状態ベクトルを $\boldsymbol{x}(t)=[x_1(t) \quad x_2(t)]^T$ とする．

（2－4）この系に状態フィードバック $u(t)=[f_1 \quad f_2]\boldsymbol{x}(t)$ を適用する．閉ループ系の特性方程式が $s^2+30s+10=0$ となるフィードバックゲイン $[f_1 \quad f_2]$ を求めなさい．ここで，s はラプラス演算子である．

（2－5）状態フィードバック $u(t)=[f_1 \quad f_2]\boldsymbol{x}(t)$ を適用した系が安定となる f_1 および f_2 の条件を示しなさい．

北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻，人間機械システムデザイン専攻，
エネルギー環境システム専攻，量子理工学専攻

機械・宇宙航空工学系研究室群

試験問題

流体力学，熱力学

試験日：令和６年８月２０日（火）
時　間：１３：３０～１６：３０

「流体力学」，「熱力学」ともに問１および問２の両方を解答せよ．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記せよ．

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで問題用紙の中を見てはいけません．
2. 携帯電話，スマートフォンは電源を切りなさい．時計のアラームも使用してはいけません．
3. 受験中，机上には受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができません．
4. 答案用紙，草案紙上欄に科目名，問の番号（答案用紙のみ）および受験番号を記入しなさい．なお，専攻名は記入不要です．また，問題用紙下欄に受験番号を記入しなさい．
5. 答案用紙は裏面を用いても構いません．ただし「裏面に続く」と明記しなさい．
6. 問題用紙の印刷不鮮明，答案用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に申告しなさい．
7. 問題用紙の余白は利用しても構いませんが切り離してはいけません．
8. 試験終了後，問題用紙，答案用紙および草案紙はすべて提出しなさい．

受験番号	

科　目　名	流体力学

問１および問２の両方を解答しなさい．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１

図１のように，x 軸に平行な固定台面上に容器が固定されている．容器は非粘性・非圧縮性流体で満たされており，容器に接合された軸対称収縮ノズルから流体が流出している．容器容積は十分に大きいため定常流れが実現されている．x 軸に平行な対称軸を含むノズルの断面を図２に示す．収縮ノズルは円断面を有しており，ノズル入口内径は d_1，ノズル出口内径は d_2 である．容器は大気圧 P_a 中にあり，ノズル出口での速度と圧力は V と P_a である．対称軸に垂直な各断面内で速度と圧力は一様であり，流体密度 ρ は一定であり，ノズル壁厚はノズル内径に比べて十分に小さいと仮定し，以下の問いに答えなさい．なお，全ての損失と重力の影響は無視してよい．

（１） 容器に作用する力のつり合いの式を用いて，固定台から容器に作用する力の x 成分 F_S の大きさと向きを求めなさい．

（２） ノズル入口での速度 v_1 を求めなさい．

（３） ノズル入口での圧力 p_1 を求めなさい．

（４） ノズルに作用する x 軸に平行な力は以下の三つである：
　(i) 流体からノズル内壁面に作用する力の x 成分 F_D，
　(ii) 容器壁からノズルに作用する（ノズルと容器壁との接合部に働く）力の x 成分 F_N，
　(iii) ノズル外壁面に作用する大気圧による力の x 成分．
　ノズルに作用する力のつり合いの式を用いて，F_D を F_N, P_a, d_1, d_2 を用いて表しなさい．

（５） 図２の破線で示すようにノズル内壁面に沿う検査体積をとる．検査体積内の流体に作用する力のつり合いの式と（４）で得られた結果を用いて，F_N の大きさと向きを求めなさい．

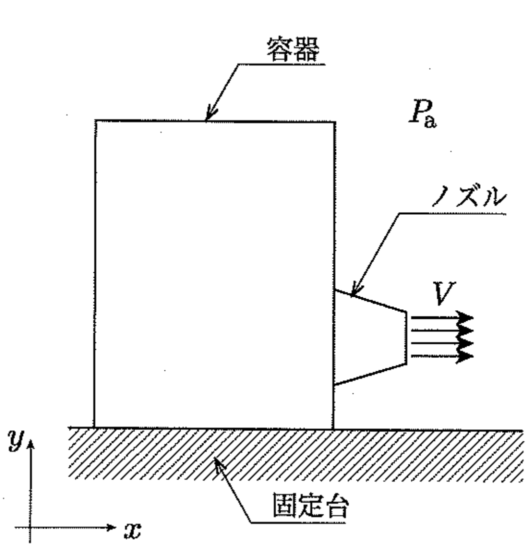

図１

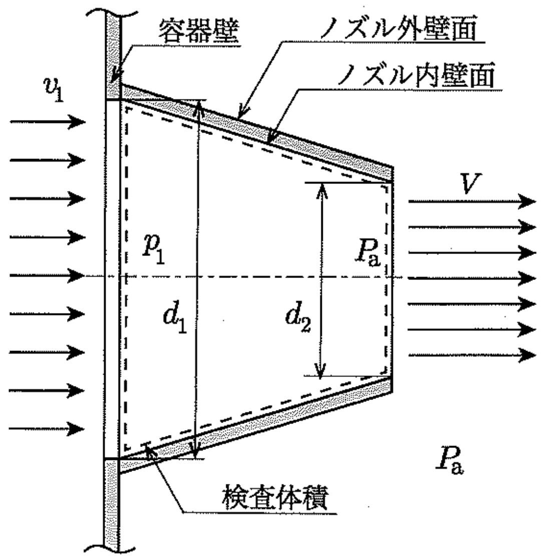

図２

問 2

図3のような容器に，密度ρ，粘性係数μが一定の液体を満たした．容器底部に取り付けた，高さh，長さℓの二次元流路から液体を大気中に放出する装置を作成し，容器内液面高さ$H(t)$の下降時間からμを推定する方法を考える．以下の問いに答えなさい．なお流路出口での表面張力効果は考えない．ここで重力加速度をgとし，容器と流路の奥行き方向には単位長さを考える．また流路入り口底部に原点$\mathrm{O}(x,y)=(0,0)$を設定する．

（1）流路には全域で発達した二次元定常層流が実現されていると仮定すると，その流れを記述する運動方程式は以下で与えられる．

$$\mu\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}y^2}=\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} \qquad ①$$

ここで流路流れ方向（x方向）の圧力勾配$\mathrm{d}p/\mathrm{d}x=-\alpha$は，流路のいたるところで一定とする．流路内壁面での滑りが無いとして，x方向速度のy方向分布$u(y)$を導きなさい．

（2）（1）で求めた速度分布から，流路内流れのせん断応力τのy方向分布を求め，図示するとともに，流路内の流体が壁面から受けるせん断力と圧力差による力がつり合っていることを示しなさい．

以降の問いでは，容器水平長さLが十分に大きいこと，$H \gg h$として流路高さ方向の圧力は一定であることを仮定する．

（3）流路内速度が十分に遅く，流路入り口での動圧が静圧に比べて無視できるほど小さく，そこでの圧力が容器底部の静水圧で近似できるとする．瞬時では，流路内の流れは（1）で求めた速度分布で近似できると仮定する．流路内の圧力勾配（$-\alpha(t)$）を，瞬時液面高さ$H(t)$を用いて表し，流量$q(t)$と$H(t)$の関係を導きなさい．

（4）降下する液面の高さが$H=H_0$からH_1に至るまでに時間Tを要した．Tの計測値から，μを推定する式を導きなさい．

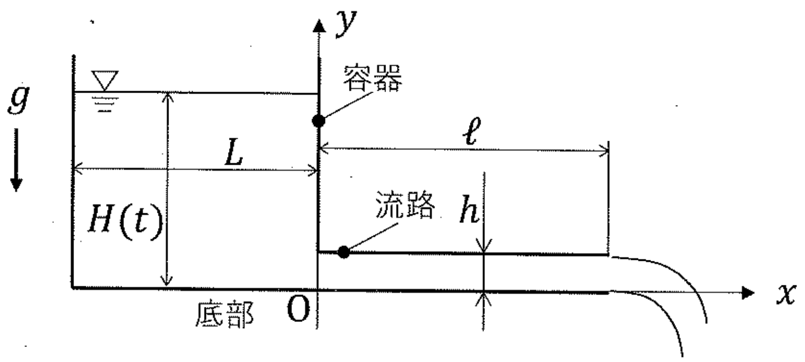

図3

科　目　名	熱力学

問１および問２の両方を解答しなさい．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，問の番号を明記しなさい．

問１

以下の問いに答えなさい．なお，d, δ がついた記号は，微小量を表す．

（１）閉じた系の物質に周囲環境から熱量 δQ が加わるとともに，その物質は周囲環境へ仕事 δL をする．この過程での物質の内部エネルギー変化が dU のとき，δL を δQ と dU を用いて表しなさい．この過程における物質の運動エネルギーの変化と位置エネルギーの変化は無視できるものとする．

（２）（１）の物質が理想気体の場合，物質の内部エネルギー変化 dU を，物質の質量 m，物質の定積比熱 c_v と物質の温度変化 dT を用いて表しなさい．

（３）（１）の熱量が，温度 T_0 の物質の境界を通って物質に加わり，物質のエントロピーが dS だけ変化した．この過程が可逆過程のとき，物質に加わった熱量 δQ_{rev} を T_0 と dS を用いて表しなさい．

（４）（１）の仕事 δL が，物質の圧力と周囲環境の圧力 p_0 が等しい状態で，ゆっくり（準静的に）行われ，物質の体積が dV だけ変化するとき，仕事 δL を p_0 と dV を用いて表しなさい．また，この仕事 δL を有効に利用可能か否か，理由とともに答えなさい．

（５）可逆過程のとき，（１）の仕事 δL が最大になることが理論的に証明されている．有効に利用できる理論最大仕事 δL_{max} を，（１）から（４）で使われている dU, T_0, dS, p_0, dV の中から必要なものを使って表しなさい．ただし，周囲環境圧力を p_0，周囲環境温度を T_0 とする．また，この過程における物質の運動エネルギーの変化と位置エネルギーの変化は無視できるものとする．

（６）（５）の δL_{max} を，周囲環境と非平衡の状態から，周囲環境と平衡状態になるまで，積分するときに得られる理論最大仕事の名前を答えなさい．

問 2

以下の問いに答えなさい．なお，各問い中のタービンにおいて，作動流体は可逆断熱膨張するものとし，サイクルの熱効率を求める際にはポンプ仕事を無視できるものとする．比エンタルピーおよび比エントロピーは次頁の表 1 の値を用いて計算しなさい．有効数字 3 桁（4 桁まで計算して 3 桁で記載）で答えなさい．

（1） 600℃，15.0 MPa の過熱蒸気をタービンにより 10.0 kPa まで膨張させたとき，タービン出口の湿り蒸気の乾き度 x [-]と蒸気 1 kg あたりのタービン仕事 L [kJ/kg]を求めなさい．

（2） 図 1 は理想的なランキンサイクルの $T-s$ 線図であり，図中の 1～4 の数字は作動流体の状態を示す．このサイクルの理論熱効率 η_{th} [-]を，タービン仕事 L_T [kJ/kg]，タービン入口蒸気の比エンタルピー h_3 [kJ/kg]，およびポンプ入口の飽和液の比エンタルピー h_1 [kJ/kg]を使って表しなさい．また，タービンの入口と出口の状態が（1）と同じとき，このサイクルの理論熱効率 η_{th} [-]の値を求めなさい．

（3） タービンでの作動流体の膨張を途中で止めて再熱器で再加熱し，2 回に分けて膨張させるサイクルを再熱サイクルという．図 2 は再熱サイクルの $T-s$ 線図であり，図中の 1～6 の数字は作動流体の状態を示す．高圧タービン入口温度 T_3 が 600℃，圧力 p_3 が 15.0 MPa，高圧タービン出口圧力 p_5 が 5.00 MPa のとき，高圧タービン出口温度 T_5 [℃]および高圧タービンがする仕事 L_{high} [kJ/kg]を求めなさい．また，低圧タービン入口温度 T_6 が 600℃，圧力 p_6 が 5.00 MPa のとき，再熱器における吸熱量（状態 5 から 6 の変化における吸熱量） h_{re} [kJ/kg]を求めなさい．なお，表 1 に無い条件の値を使うときは，表 1 中の値を用いて直線近似しなさい．

（4） （3）の再熱サイクルにおいて，低圧タービン出口圧力 p_4 が 10.0 kPa のとき，低圧タービン出口の湿り蒸気の乾き度 x_4 [-]，低圧タービンがする仕事 L_{low} [kJ/kg]を求めなさい．

（5） （4）の再熱サイクルの理論熱効率 η_{re} [-]を高圧タービンがする仕事 L_{high} [kJ/kg]，低圧タービンがする仕事 L_{low} [kJ/kg]，高圧タービン入口蒸気の比エンタルピー h_3 [kJ/kg]，ポンプ入口の飽和液の比エンタルピー h_1 [kJ/kg]，および再熱器における吸熱量 h_{re} [kJ/kg]を使って表しなさい．また，この再熱サイクルの理論熱効率 η_{re} [-]の値を求めなさい．

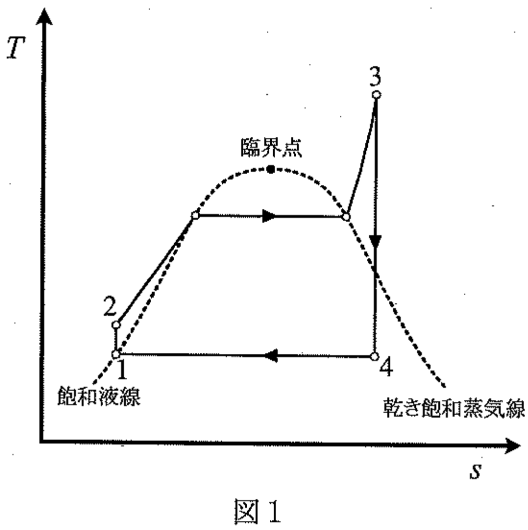

図 1

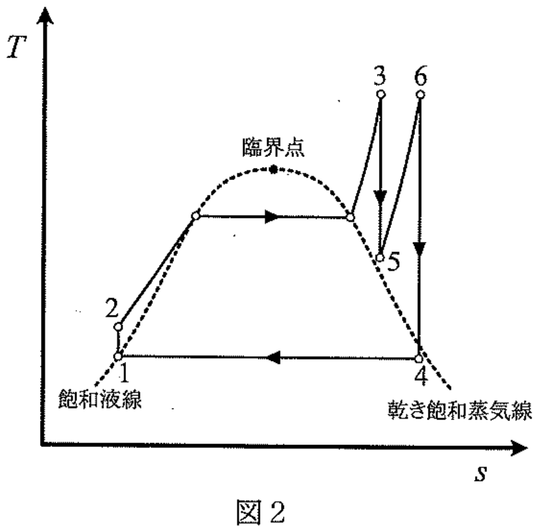

図 2

表 1

	比エンタルピー h [kJ/kg]	比エントロピー s [kJ/(kg·K)]
600°C, 15.0 MPa の過熱蒸気	3583	6.680
600°C, 5.00 MPa の過熱蒸気	3667	7.260
500°C, 5.00 MPa の過熱蒸気	3434	6.978
400°C, 5.00 MPa の過熱蒸気	3197	6.648
10.0 kPa の飽和液	191.8	0.6492
10.0 kPa の乾き飽和蒸気	2584	8.149