

北海道大学大学院工学院修士課程  
2024年4月入学ならびに2023年10月入学  
入学試験

環境フィールド工学専攻・北方圏環境政策工学専攻  
環境創生工学専攻・環境循環システム専攻  
共同資源工学専攻

専門0 問題冊子

試験時間：9：00～12：00

注：

- ① 解答冊子の表紙にある問題選択票と4枚の解答用紙をはずしてはいけません。試験終了後、ホチキスで綴じたまま、それらを提出しなさい。なお、問題冊子と草案紙は持ち帰ること。
- ② 全部で8問ある問題のうち4問についてのみ解答しなさい。
- ③ 1つの問題に対して、解答用紙は必ず1枚だけ使用しなさい。表面だけで解答しきれないときには裏面を使いなさい。解答用紙は補充しません。
- ④ 解答用紙のすべてに、問題番号、受験番号を、また、問題選択票と草案紙にも必ず受験番号を記入しなさい。

北海道大学大学院工学院修士課程  
2024年4月入学ならびに2023年10月入学  
入学試験

環境フィールド工学専攻・北方圏環境政策工学専攻  
環境創生工学専攻・環境循環システム専攻  
共同資源工学専攻

専門0 問題冊子

## 専門0 問1 (数学)

行列A、Bを以下の通りとする。

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 9 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(設問1) 行列式 $|A|$ を求めよ。

(設問2) 行列Aの階数を求めよ。

(設問3) 下の連立一次方程式が解をもつように $a$ の値を定め、解を求めよ。

$$\begin{cases} -x + 3y + 2z = a + 1 \\ 2x + y = 2 \\ 4x + 9y + 4z = -2 \end{cases}$$

(設問4) 行列Bの固有値を求めよ。

(設問5) 行列Bが対角化可能であれば、変換行列及び対角行列を求めよ。

専門0 問2 (数学)

(設問 1) 次の関数を微分せよ.

$$y = \left( \tan x + \frac{1}{\tan x} \right)^2$$

(設問 2) 次の問いに答えよ.

$z = xy$ ,  $u = 3x - y$ ,  $v = -2x + y$  のとき,  $\frac{\partial z}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial v}$  を求めよ.

(設問 3) 次の不定積分を求めよ.

$$\int \frac{x^3 - 3}{x + 2} dx$$

(設問 4) 次の2重積分の値を求めよ.

$$\iint_D (x + e^{-y}) dx dy \quad D: x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + y \leq 1$$

専門0 問3 (数学)

次の微分方程式を解け.

(設問1)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{2x^2+y^2}$

(設問2)  $\frac{dy}{dx} + 2x^3y = 3x^3y^2$

(設問3)  $(1 + x\sqrt{x^2 + y^2})dx + (-1 + \sqrt{x^2 + y^2})ydy = 0$

(設問4)  $y'' + 2y' + 2y = \sin x$

### 専門0 問4 (物理)

$x-y$ 座標系において、半径  $r$ 、質量  $m$  の円盤の中心座標  $(x_1, y_1) = (0, 0)$  となるように配置する (円盤1とする)。同一半径、質量を持つもう一つの円盤 (円盤0とする) を  $x$  軸上を速度  $\mathbf{u} = (U, 0)$  で放したところ、 $y = 0$  上で等速直線運動を続けた後、静止していた円盤1と衝突した (図1上)。ここで  $U > 0$  である。その後、円盤0は静止し ( $\mathbf{u}_0 = (0, 0)$ )、円盤1は速度  $\mathbf{u}_1 = (U, 0)$  で移動したという。完全弾性衝突を仮定し、円盤は回転せず、摩擦を含めた一切のエネルギー散逸を考えないとき以下の問いに答えよ。

#### (設問1)

円盤1の配置場所は変えず (中心座標  $(x_1, y_1) = (0, 0)$ )、円盤0の中心座標を  $x$  軸から  $y$  方向に  $a$  だけずらし、 $\mathbf{u} = (U, 0)$  で放したところ、 $y = a$  上で等速直線運動を続けた後、図1(中)の様に円盤1と衝突した。ここで、 $0 < a < r$  である。衝突時の円盤0の中心座標を求め、衝突後の円盤0および円盤1の速度ベクトル (それぞれ  $\mathbf{u}'_0$  および  $\mathbf{u}'_1$ ) を求めよ。また、 $a = 0$  と与える時、 $\mathbf{u}'_0$  および  $\mathbf{u}'_1$  がそれぞれ  $\mathbf{u}_0$  および  $\mathbf{u}_1$  と一致することを示せ。

#### (設問2)

中心座標  $(x_1, y_1) = (0, 0)$  に配置していた円盤0と  $x$  軸上で接するように同一の半径、質量をもつ円盤2を中心座標  $(x_2, y_2) = (2r, 0)$  に配置した。設問1と同様に  $y = a$  上に中心座標をもつ円盤0を  $\mathbf{u} = (U, 0)$  で放したところ、 $y = a$  上を等速直線運動の後、円盤1と衝突した (図1下)。衝突後の円盤1および円盤2の速度ベクトル (それぞれ  $\mathbf{u}''_1$  および  $\mathbf{u}''_2$ ) を求めよ。

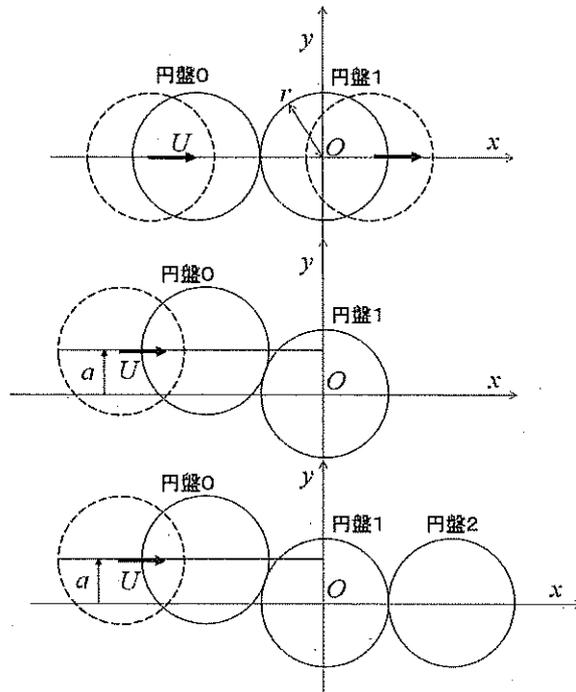
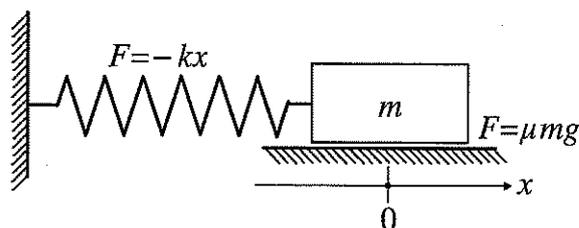


図1: 円盤の配置

専門0 問5 (物理)

下図のように、水平な床の上に置かれた質量  $m$  の物体がばねを介して側壁に固定されている。水平方向を  $x$  軸とし、ばねの自然長の状態における物体位置を原点 ( $x = 0$ ) とする。物体には、ばねの弾性力  $F = -kx$  が作用する。また物体の運動方向と逆方向に床との摩擦力  $F = \mu mg$  ( $\mu$ : 摩擦係数,  $g$ : 重力加速度) が作用するとする。

ばねの弾性力は床との摩擦力に比べて十分大きく、静止摩擦係数と動摩擦係数は等しいとする。以上の仮定の下で、各設問に答えよ。



(設問1) 物体を  $x$  の正方向に  $x_0$  だけ引っ張り、そっと手を離れたところ (初速ゼロ)、物体はばねの弾性力により運動を開始し、 $x$  の負の領域で一旦静止した。手を離れた瞬間の時刻を  $t = 0$  とする。物体が運動を開始後、次に速度が0となるまでの間の物体位置  $x$  の時間変化を表す微分方程式を示し、その解を求めよ (初期条件から積分定数も求めること)。

(設問2) ばねが最も縮んで、物体の速度が次に0になる位置  $x_1$  を求めよ。

(設問3) 物体は  $x = x_1$  に達した後、ばねの弾性力により再び  $x$  の正方向に運動を行う。物体の速度が次に0になる位置  $x_2$  を求めよ。

(設問4) ばねの弾性力が大きい場合、物体は上記のような往復運動を続ける。物体の  $n$  回目の運動 ( $n > 1$ ) の静止位置  $x_n$  を  $x_{n-1}$  を使って漸化式で表せ。

専門0 問6 (物理)

(設問1)

ディーゼル機関では、空気をシリンダーに吸い込み、断熱圧縮することで空気が高温になる。空気温度が燃料の自己着火温度より高くなると、噴射した液体燃料は気化し自己着火しながら燃焼する。液体燃料の噴射量を適切に設定すれば、等圧に近い燃焼が行われる。このように等圧加熱と可逆断熱変化を組み合わせたサイクルをディーゼルサイクルとよぶ。図1にその  $p$ - $V$  線図と  $T$ - $S$  線図を示す。

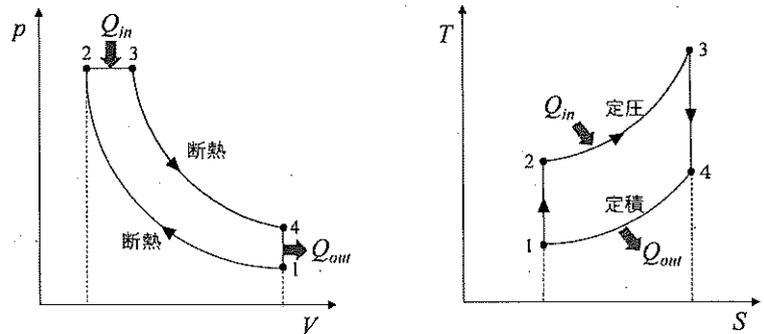


図1

1) 1→2 は可逆断熱圧縮、2→3 は等圧燃焼、3→4 は可逆断熱膨張である。そこで、以下の  $i \sim iii$  の条件が成り立つとき、状態 2、3、4 での温度  $T_2$ 、 $T_3$ 、 $T_4$  を、状態 1 での温度 ( $T_1$ )、圧力比 ( $\epsilon$ )、噴射縮切比 ( $\rho$ ) の関数として示せ。

- i. 断熱過程では  $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{一定}$  (比熱比  $\gamma = C_p/C_v$ )
- ii. 圧縮比  $\epsilon = V_1/V_2$
- iii. 噴射縮切比  $\rho$  (燃料噴射の終了時のシリンダー体積  $V_3$  と燃料噴射の開始時のシリンダー体積  $V_2$  の比)  $= V_3/V_2$

2) ディーゼルサイクルで、圧縮前の圧力 ( $P_1$ ) = 0.1 MPa、温度 ( $T_1$ ) = 298 K として、圧縮比 ( $\epsilon$ ) を 15 とする。等圧での空気  $m$  kg に対する供給熱量 ( $Q_{in}/m$ ) = 2000 kJ/kg とした場合、ディーゼルサイクルの効率 ( $\eta$ ) を求めよ。ただし、定積比熱  $C_v = R/(\gamma-1)$ 、空気のガス定数  $R = 0.287$  kJ/(kg·K)、比熱比  $\gamma = 1.4$  とする。 ※答えは小数第3位まで

(設問2)

温度  $T_f = 340$  K、比熱  $c_f = 4.187$  kJ/(kg·K)、質量  $m_f = 0.5$  kg の液体に、温度  $T_s = 298$  K、比熱  $c_s = 0.473$  kJ/(kg·K)、質量  $m_s = 1$  kg の物体を入れた。系全体がある平衡温度に到達した時に、系全体のエントロピー変化  $\Delta S$  [kJ/kg] を求めよ。ただし、液体と固体の比熱は一定であり、熱損失はないものとする。 ※答えは小数第3位まで

(設問3)

ある容器にヘリウム 40 mol とアルゴン 60 mol が隔壁で分離されている。温度はすべて 298 K で圧力は 3 atm である。隔壁を取り除いて気体を混合して熱平衡にしたとき、系のギブスの自由エネルギーの変化  $\Delta G$  [J] を求めよ。ただし、各成分の化学ポテンシャル  $\mu_i = RT \log c_i$  とする。  $c_i$  は各成分のモル濃度、 $T$  は温度、理想ガス定数  $R = 8.314$  J/(mol·K) である。 ※答えは小数点以下四捨五入

## 専門0 問7 (化学)

(設問1)

(1) B原子 ( ${}_5\text{B}$ )の基底状態における電子配置は $(1s)^2(2s)^2(2p)^1$ である。F原子 ( ${}_9\text{F}$ )の基底状態の電子配置を記せ。

(2) N原子 ( ${}_7\text{N}$ )の未対電子の個数はいくつか?

(3) N原子 ( ${}_7\text{N}$ )に未対電子が生成する理由を説明せよ。

(設問2)

(1) Na原子のイオン化ポテンシャルは $5.14\text{eV}$ であり、Cl原子の電子親和力は $3.61\text{eV}$ である。Naの最外殻電子ひとつをClに移動させて $\text{Na}^+$ と $\text{Cl}^-$ を作るために必要なエネルギーを計算せよ。

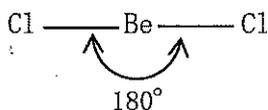
(2)  $\text{Na}^+$ と $\text{Cl}^-$ を無限遠の距離からイオンが互いに接する距離まで移動させてNaCl分子を作るときに放出される静電相互作用のエネルギーは $5.22\text{eV}$ と計算される。この値および(1)の計算結果(イオン生成に必要なエネルギー)からNaCl分子生成の可能性を論ぜよ。

(3) 固体NaCl結晶の生成に伴い放出されるエネルギーの値は(2)で求めた値に比べて大きくなるか、小さくなるか述べよ。また、その理由について簡単に説明せよ。

(設問3)

(1) 基底状態のB原子の $2s$ 軌道に存在する2つの電子のうちの一つを $2p$ 軌道に励起して作られる混成軌道は $sp$ ,  $sp^2$ ,  $sp^3$ のうちのいずれか?

(2) 以下の $\text{BeCl}_2$ 分子の例に倣って、 $\text{BCl}_3$ 分子の形を図で示せ。

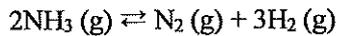


以上

## 専門0 問8 (化学)

(設問1)

次に示す反応の395°C (= 668 K)における平衡定数 $K_c$ は1.5である。

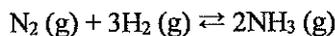


下記の各問に答えなさい。気体定数は $0.082 (\text{L} \cdot \text{atm})/(\text{K} \cdot \text{mol})$ とする。解答は全て有効数字2桁で求めよ。

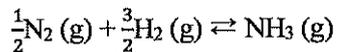
なお、 $K_c$ は、反応に関わる化学種の濃度がモル濃度で与えられている平衡過程に対する平衡定数を表す。一方、 $K_p$ は、気相反応において反応に関わる化学種の濃度が分圧で与えられている平衡過程に対する平衡定数とする。

1-1) この反応の $K_p$ を求めよ。

1-2) この温度における次式の反応の $K_c$ を求めよ。

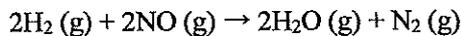


1-3) 次式の反応の $K_c$ および $K_p$ をそれぞれ求めよ。



(設問2)

水素と一酸化窒素は、700°C (=973 K)において次のように反応する。



この反応は、 $\text{H}_2$ について1次、 $\text{NO}$ について2次であることが分かっている。

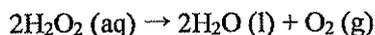
下記の各問に答えなさい。

2-1) 反応速度定数を $k$ 、 $\text{H}_2$ と $\text{NO}$ の濃度をそれぞれ $[\text{H}_2]$ 、 $[\text{NO}]$ として、この反応の反応速度式を書け。

2-2) 実験によってこの反応の反応速度を求めた。その結果、 $[\text{H}_2] = 0.01 \text{ M}$ 、 $[\text{NO}] = 0.025 \text{ M}$ のときの初期反応速度は $2.4 \times 10^{-6} \text{ M/sec}$ であった。この反応の速度定数を有効数字2桁で求めよ(単位を付すこと)。

(設問3)

過酸化水素の分解反応は次式で示される。この反応の活性化エネルギーは $42 \text{ kJ/mol}$ である。



この反応は酵素(カタラーゼ)によって触媒され、この場合の活性化エネルギーは $7.0 \text{ kJ/mol}$ に低下する。この反応を酵素の不在下で行うとき、 $20^\circ\text{C}$  (=293 K)における酵素触媒反応と同じ速度で反応を進行させるために必要な温度( $^\circ\text{C}$ )を求めよ。なお、この反応はアレニウス式に従い、それぞれの場合における反応の頻度因子は等しいものとする。

北海道大学大学院工学院修士課程  
2024年4月入学ならびに2023年10月入学  
入学試験

環境フィールド工学専攻・北方圏環境政策工学専攻  
環境創生工学専攻・環境循環システム専攻  
共同資源工学専攻

専門1 問題冊子

試験時間：13：00～16：00

注：

- ① 解答冊子の表紙にある問題選択票と4枚の解答用紙をはずしてはいけません。試験終了後、ホチキスで綴じたまま、それらを提出しなさい。なお、問題冊子と草案紙は持ち帰ること。
- ② 全部で16問ある問題のうちの4問についてのみ解答しなさい。
- ③ 1つの問に対して、解答用紙は必ず1枚だけ使用しなさい。表面だけで解答しきれないときには裏面を使いなさい。解答用紙は補充しません。
- ④ 解答用紙のすべてに、問題番号、受験番号を、また、問題選択票と草案紙にも必ず受験番号を記入しなさい。

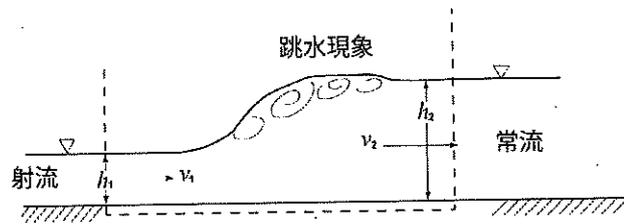
北海道大学大学院工学院修士課程  
2024年4月入学ならびに2023年10月入学  
入学試験

環境フィールド工学専攻・北方圏環境政策工学専攻  
環境創生工学専攻・環境循環システム専攻  
共同資源工学専攻

専門1 問題冊子

専門1 問1 流体力学

以下の図に示すように平坦床の水路に跳水が生じている。水路断面を長方形とし、単位幅あたりの流量を $q$ 、射流側の流速および水深をそれぞれ $v_1$ 、 $h_1$ 、常流側の流速および水深をそれぞれ $v_2$ 、 $h_2$ とすれば、この囲まれた区間に入った運動量と出た運動量との差が区間に作用する力となる。水路底および側壁に働く摩擦力は無視できるものとする。なお、重力加速度は $g$ と記す。



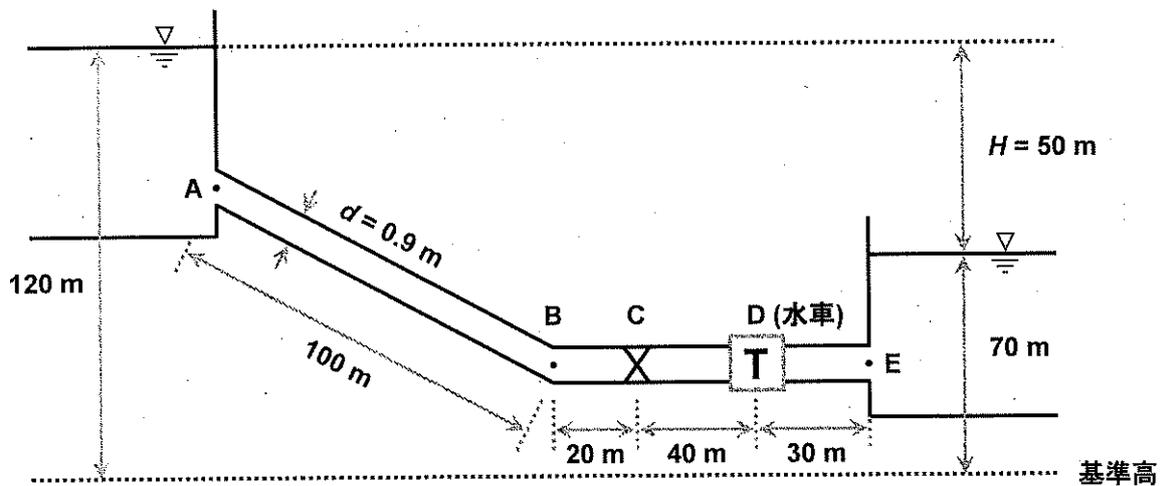
(設問1) 限界水深 $h_c$ を $q$ と $g$ を用いて表せ。

(設問2) この流れが途中で常流になったときの $h_2$ を $h_1$ 、 $q$ 、 $g$ を用いて表せ。

(設問3) 跳水現象に伴うエネルギー損失 $\Delta E$ を $h_1$ 、 $h_2$ を用いて表せ。

## 専門1 問2 (流体力学)

図に示すように、総落差  $H=50$  [m] の二つの貯水池を結ぶ円管路の途中に設置した水車に発電機を接続して発電する。次の設問に答えなさい。但し、流量は  $Q=3.5$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]、流入損失係数は  $K_e=0.5$ 、点Bの曲がり損失係数は  $K_b=0.2$ 、点Cの弁損失係数は  $K_v=0.1$ 、流出損失係数は  $K_o=1.0$ 、A~E間の管摩擦損失係数は  $\lambda=0.027$ 、水車の効率は  $\eta_e=0.9$ 、発電機の効率は  $\eta_G=0.8$ 、水の密度は  $\rho=1.0 \times 10^3$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ]、重力加速度は  $g=9.8$  [ $\text{m}/\text{s}^2$ ] とし、答えは有効数字3桁で求めることとする。



(設問1) 水車の理論出力を求めよ。

(設問2) 水車の効率および発電機の効率を踏まえ、実際の出力(発電量)を求めよ。

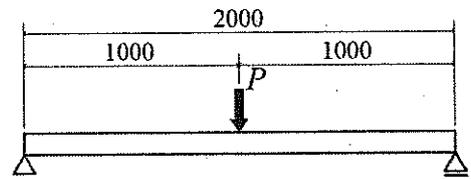
(設問3) 点Dにおける水車直前・直後の全水頭の高さおよびピエゾ水頭の高さを求めよ。

### 専門1 問3 (構造力学)

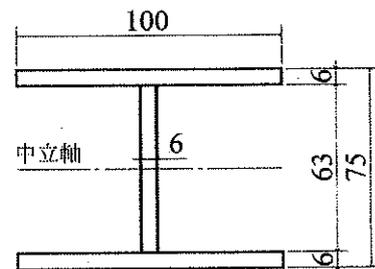
(設問1)

図-1(a), (b)に示すように、I形断面を有する鋼製の単純梁の支間中央に、集中荷重  $P(N)$  が作用している。以下の質問に答えよ。ただし、曲げ降伏応力度とせん断降伏応力度は、それぞれ  $240\text{N/mm}^2$ ,  $140\text{N/mm}^2$  とする。

- (1) 最大曲げモーメント  $M_{\max}$  と最大せん断力  $Q_{\max}$  を求めよ。
- (2) 中立軸に関する断面2次モーメント  $I$  を求めよ。
- (3) 最大曲げ応力  $\sigma_{\max}$  を求めよ。
- (4) 最大せん断応力  $\tau_{\max}$  を求めよ。ただし、近似値で求めてもよい。
- (5) このはりが降伏しない最大の荷重  $P_{\max}$  を求めよ。



(a) 単純梁 (単位: mm)



(b) 断面図 (単位: mm)

図-1

(設問2)

断面積が  $A$ 、弾性係数が  $E$  でともに一定、かつ長さ  $L$  の棒が図-2(a)のように下端を固定して立てられている。棒の単位体積重量を  $w$  とし、以下の質問に答えよ。

- (1) 位置  $x$  における変位を  $u(x)$  としたとき、変位量  $u$  と自重  $w$  の関係を示す式を導け。
- (2) B 点での自重による変位量と方向 (上下) を求めよ。
- (3) C 点における自重による変位量と方向 (上下) を求めよ。
- (4) 図-2(a)の棒に対して、図-2(b)のように C 点に上向きの荷重  $P$  を作用させて、C 点での変位量を 0 としたい。荷重  $P$  の大きさを求めよ。
- (5) (4)の荷重  $P$  が作用した時、B 点での変位量と方向 (上下) を求めよ。

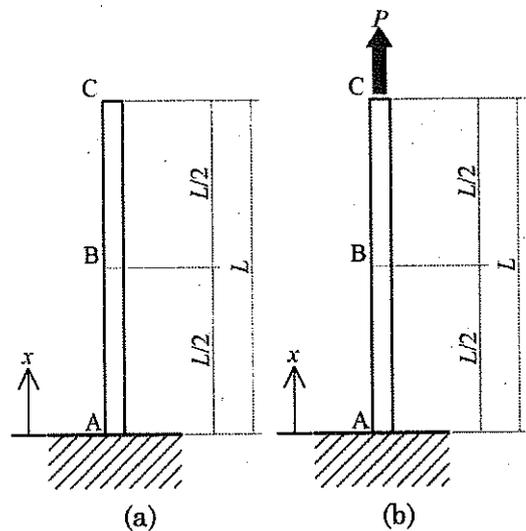
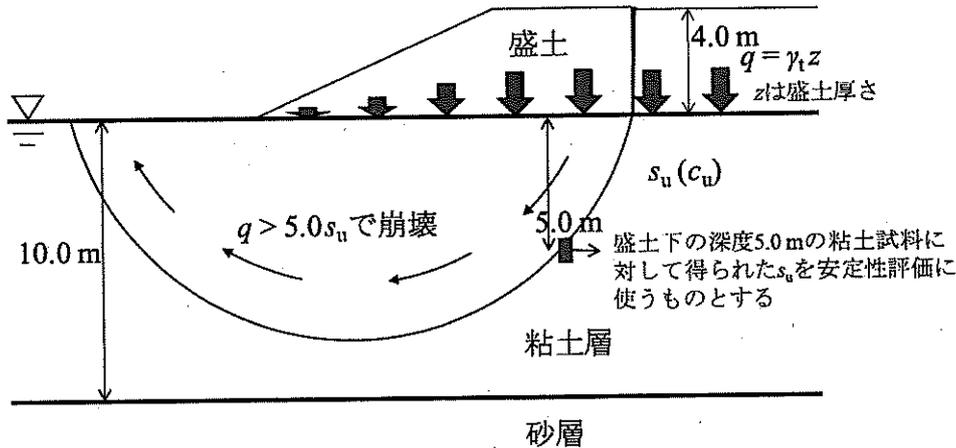


図-2

専門1 問4 (土の力学)

層厚10.0 mの正規圧密粘土地盤(上下両面排水条件、地表面と一致した地下水位、飽和単位体積重量  $\gamma_{sat} = 15.8 \text{ kN/m}^3$ ) の上に厚さ4.0 mの盛土(湿潤単位体積重量  $\gamma_t = 18.0 \text{ kN/m}^3$ ) を建設することを考える。粘土層の中央深度5.0 mからサンプリングした試料の物理・力学挙動が層厚10.0 mの粘土層全体を代表するものとして以下の間に答えよ。水の単位体積重量は  $\gamma_w = 9.8 \text{ kN/m}^3$  とする。また、粘土地盤は、その非排水せん断強さ  $s_u$  ( $\phi_u = 0$  として  $c_u$  と書くこともある) の5.0倍の盛土荷重  $q$  までは崩壊しないものとする(このとき、安全率を考慮する必要はない。非排水せん断強さ  $s_u$  は盛土形状の影響を受けない一様荷重と見なせる部分の下の粘土を対象に考えることとする)。以下の設問に答えなさい。



- (設問1) 盛土建設前の状態で、深度5.0 mの粘土の有効土被り圧  $\sigma'_{v0}$  はいくらか。
- (設問2) 上の設問1で求めた有効土被り圧  $\sigma'_{v0}$  相当の圧密圧力で三軸CU試験(圧密非排水三軸圧縮試験)を実施したところ、破壊時の最大・最小主応力が、それぞれ  $\sigma'_{1f} = 26.0 \text{ kN/m}^2$ ,  $\sigma'_{3f} = 8.0 \text{ kN/m}^2$  であった。盛土建設前の状態での非排水せん断強さ  $s_u$  を求めよ。また、有効応力表示した粘着力が  $c' = 0$  であるとして、鉛直圧密圧力  $\sigma'_v$  に対する非排水せん断強さ  $s_u$  の強度増加率  $m = \Delta s_u / \Delta \sigma'_v$  (正規圧密なので  $m = s_u / \sigma'_v$ ) を求めよ。
- (設問3) 厚さ4.0 mの盛土(盛土による分布荷重の増分は  $72.0 \text{ kN/m}^2$ ) を粘土地盤が圧密しないような短期間で建設した場合には粘土地盤が崩壊してしまう。しかし、盛土を厚さ1.0 m(盛土による分布荷重の増分は  $18.0 \text{ kN/m}^2$ ) ずつ段階的に建設し、各段階で十分な圧密時間を確保して粘土地盤の強度増加を確認しながら建設すると(これを段階施工という)、4.0 mの盛土を建設しても粘土地盤は崩壊しない。この理由を設問に与えられた具体的な数値を使って計算した結果に基づき説明せよ(例えば各段階での地耐力  $5s_u$  に対する盛土分布荷重  $q$  の値から安全率  $F_s$  を求めるなど)。
- (設問4) 粘土地盤の圧密係数を  $c_v = 100 \text{ cm}^2/\text{day}$  ( $= 1.16 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ ) として、段階施工における盛土1段階当たり圧密度90%に達するのに要する時間  $t_{90}$  を求めよ。ここで、圧密度90%のときの時間係数は  $T_{v90} = t_{90} \times c_v / H^2 = 0.848$  である。また、最大排水距離  $H$  は、圧密沈下による層厚の減少を考慮せず、盛土施工前の最大排水距離  $H$  をそのまま用いて良いものとする。
- (設問5) 設問4で得られた圧密時間を考えると1段階で1.0 mの盛土の建設に要する時間が数年程度と長すぎるため、段階施工をする場合であっても一般には鉛直ドレーン工法を適用する。鉛直ドレーン工法(ドレーンの打設間隔を1.2 mと想定)により施工に要する時間を1~2か月にまで大幅に短縮できる理由(鉛直ドレーン工法の原理)を説明せよ。

## 専門1 問5 (岩の力学)

- (設問1) 直径 30 mm、長さ 30 mm の円柱形岩石供試体の圧裂引張試験を実施したところ、最大荷重が 3 kN であった。圧裂引張強度を求めよ。
- (設問2) あるトンネル掘削予定地から採取した健全な岩石コアのヤング率は 20 GPa、P 波速度は 4 km/s であった。一方、原位置岩盤で測定した P 波速度は 1 km/s であった。このトンネルの設計に用いるべきと思われるヤング率の値を提案せよ。
- (設問3) 岩盤斜面の安定性評価にあたり、斜面を構成する岩石が硬岩の場合と軟岩の場合とで、いかなる違いがあるか、知るところを 50~100 字程度で記せ。

専門1 問6 (コンクリート工学)

図に示す単純支持された鉄筋コンクリートはりがある。はりの断面は図に示す通りである。ただし、 $a=700\text{ mm}$ 、 $b=100\text{ mm}$ 、 $d=200\text{ mm}$ 、 $h=250\text{ mm}$  であり、 $A_s$  は鉄筋の断面積である。また、コンクリートの圧縮強度は  $30\text{ N/mm}^2$ 、鉄筋の降伏強度は  $400\text{ N/mm}^2$ 、鉄筋のヤング係数は  $200\text{ kN/mm}^2$  とし、破壊時のコンクリートの圧縮破壊ひずみは  $0.0035$  とする。このとき各設問に答えよ。

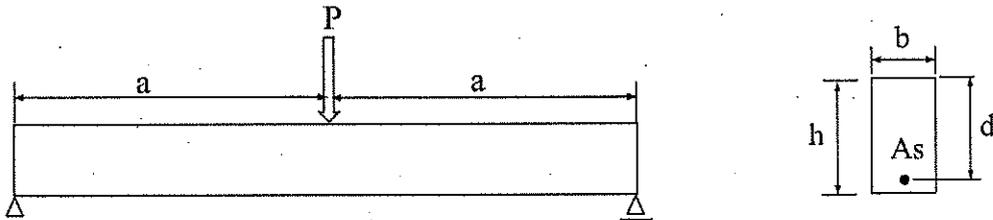


図 鉄筋コンクリートはりおよび断面

- 設問1 荷重の増加にともなうはりの変状について、次の3つの語句をすべて含めて説明せよ。  
ひび割れ、降伏、破壊
- 設問2 曲げひび割れが生じるときの荷重  $P_{cr}$  を求めよ。荷重の単位は  $\text{kN}$  とすること。  
ただし、コンクリートの曲げ強度は  $4.5\text{ N/mm}^2$  とし、さらに鉄筋の影響は無視してよい。
- 設問3 このはりが釣合破壊するときの鉄筋の断面積  $A_s$  を求めよ。断面積の単位は  $\text{mm}^2$  とすること。破壊時のコンクリートに作用する圧縮合力の計算には  $0.85f'_c \times 0.8x$  ( $f'_c$ : コンクリートの圧縮強度,  $x$ : 中立軸深さ) の等価応力ブロックを用いてよい。
- 設問4 鉄筋の断面積  $A_s$  が  $500\text{ mm}^2$  のとき、曲げ破壊時の荷重  $P_u$  を求めよ。単位は  $\text{kN}$  とすること。なお、設問3と同じ等価応力ブロックを用いてよい。

## 専門1 問7 (計画数理学)

(設問1) 日本全国の20都市にてガソリンの年間消費量とパソコンの普及率を調べた。その相関係数が0.9になった。このことから、パソコンを普及させるために、ガソリンの年間消費量を伸ばせばよいと主張したとする。この主張が妥当と言えるかどうかを述べ、その理由について記述せよ。

(設問2) ある飛行場の滑走路は1本しかない。飛行機の平均到着間隔(ポアソン到着)は12分である。飛行場の上空にきた飛行機が着陸許可を得た後、滑走路に着陸してエプロンに向かうまでには平均6分の指数分布に従う。飛行機の着陸はM/M/1( $\infty$ )モデルに従うとし、以下の①から④に答えよ。

- ① 飛行場の上空にきた飛行機が、待たずに着陸できる確率
- ② 飛行場の上空に、飛行機が3機以上いる確率
- ③ 飛行場の上空に達して管制塔からの着陸許可を待っている飛行機の平均機数。
- ④ 着陸の平均待ち時間。

(設問3) 鉄筋コンクリートの建物を建設するためのコンクリート骨材を2つの会社(会社Aと会社B)から調達した。会社Aはダンプ700台/日分の骨材を納入した。会社Bはダンプ300台/日分の骨材を納入した。過去の経験から、会社Aの骨材には基準を満たしていない骨材が5%含まれている。また、会社Bの骨材には基準を満たしていない骨材が3%含まれている。以下の①と②に答えよ。

- ① 2社から納入された骨材を合わせたとき、基準を満たしていない骨材が含まれる確率を求めよ。
- ② 骨材を抜き取り検査したところ、基準を満たさないことがわかった。その基準を満たしていない骨材が会社Aからの骨材である確率を求めよ。

(設問4) ある工場ではズボンとジャケットを作っている。この工場には、コットン750 $m^2$ とポリエステル1,000 $m^2$ の材料がある。ズボン1着を作るには、コットン1.0 $m^2$ とポリエステル2.0 $m^2$ が必要である。ジャケット1着を作るには、コットン1.5 $m^2$ とポリエステル1.0 $m^2$ が必要である。ズボン1着とジャケット1着を製造販売することによる利益は、各々500円と400円である。この工場ですボンとジャケットを製造販売する利益を最大にするためには、ズボンとジャケットを何着ずつ製造すればよいか求めよ。ただし、シンプレックス法を用いること。

## 専門1 問8 (地質学基礎)

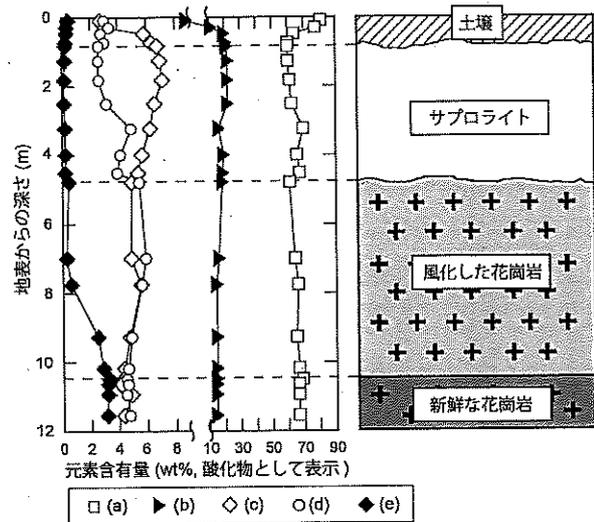
(設問1) 鉱床の評価に用いられる次の語句の意味を、両者の違いを明確にして説明せよ。

- (1-1) 埋蔵量、資源量
- (1-2) 平均品位、可採品位

(設問2) 右の図は、花崗岩の風化断面において地表から各深度で採取した岩石中の元素含有量を示している。岩石試料の鉱物組み合わせは、石英 ( $\text{SiO}_2$ )、曹長石 ( $\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$ )、カリ長石 ( $\text{KAISi}_3\text{O}_8$ )、黒雲母 ( $\text{KFe}_3\text{AlSi}_3\text{O}_{10}(\text{OH})_2$ )、カオリナイト ( $\text{Al}_2\text{Si}_2\text{O}_5(\text{OH})_4$ )、鉄酸化物 ( $\text{FeOOH}$ ) のうち、いずれかであった。

(2-1) (a) から (e) にあてはまる元素名を答えよ。還元的な地下水や熱水変質の影響はないものとする。

(2-2) また、その元素を選んだ根拠を簡潔に述べよ。



(設問3) 堆積岩と堆積性鉱床の形成について書かれた以下の文章を読み、問いに答えよ。

堆積岩は風化で生成された (ア) 粒子や化学沈殿物が累積し、(イ) 作用により形成した岩石である。(イ) 作用とは、(ア) 粒子や化学沈殿物が埋没し、荷重による粒子間隙の減少や粒子間隙への鉱物の沈殿・成長によって固結する過程である。(ア) 性堆積岩は(ア) 粒子の大きさによって分類され、粒径の大きい順に(ウ)、(エ)、(オ) などに分類される。一方、化学性堆積岩は化学沈殿物の種類によって分類され、主に炭酸カルシウムから成る(カ)、シリカから成るチャートなどの他、海水の(キ)によって生成する岩塩などの(キ) 岩も含まれる。(ア) 粒子が化学的に安定で(ク) が高く経済的に価値がある鉱物の場合、流体の淘汰作用などの物理的な作用によって分別濃集すると(ケ) 鉱床を形成する。縞状鉄鉱層は、主に5億4000万年以前の(コ) 時代に見られる鉄とシリカに富む化学性堆積岩の一種であり、現在、主要な鉄資源の供給源となっている。

(3-1) (ア) から (コ) に当てはまる単語を答えよ。

(3-2) (ケ) 鉱床に濃集する代表的な元素を以下から3つ挙げよ：ニッケル、アルミニウム、チタン、マンガン、金、銅、レアアース、亜鉛

(3-3) 縞状鉄鉱層に含まれる鉄の鉱石鉱物を1つ挙げ、鉱物名、化学式ともに答えよ。

## 専門 1 問9(地質学基礎)

アルフレッド・ウェゲナーによって初めて提唱された「大陸移動説」とは何か、その説の証拠となったものとともに説明しなさい。また、その説が起点となってできた新しい地球観である「プレートテクトニクス」が地球科学に与えたインパクトについて、例を挙げて説明しなさい。

## 専門1 問10(物理化学)

(設問1)

(a) メタン( $\text{CH}_4$ )を好氣的に  $\text{CO}_2$  へ酸化する反応について、酸化反応と還元反応の半反応式をそれぞれ書きなさい。

(b)  $\text{CO}_2/\text{CH}_4$  ( $E_0' -0.24 \text{ V}$ )、 $\text{O}_2/2\text{H}_2\text{O}$  ( $E_0' +0.82 \text{ V}$ )の場合、1 mol の  $\text{CH}_4$  を好氣的に酸化する反応の  $\Delta G_r^\circ$  [kJ/reaction]を答えなさい。

(設問2)

微生物によるフェノールの分解速度を条件1~4で測定したところ、表1の観察結果を得た。フェノール分解反応の  $K_m$  値を求めたい。

(a) 解答用紙にラインウィーバー＝バークプロットのグラフを書き、条件1~4をグラフエリアにプロットしなさい。

(b) グラフからどのように  $K_m$  値を算出できるか説明しなさい。 $K_m$  値を数値として算出する必要はない。

表1. 条件1~4における微生物のフェノール分解速度

条件	フェノール濃度 (mM)	フェノール分解速度 (mmol/h)
1	0.1	0.1
2	0.5	0.5
3	2	1
4	5	2

(以上)

## 専門1 問11 (物理化学)

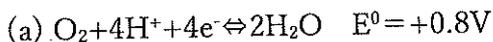
(設問1) 0.015MのKOH水溶液がある。次の文章の空欄(ア)～(オ)に式を、また(カ)に数値を入れよ。なおモル濃度と活量(活動度)は等しいと仮定する。

KOHの解離の反応式は(ア)で、水(H<sub>2</sub>O)の解離の反応式は(イ)で表される。この2つの式から電荷均衡式(ウ)が得られる、水のイオン積K<sub>w</sub>は(エ)で、pHの定義式はpH=(オ)で表される。これらの式を用いて、0.015MのKOH水溶液のpH=(カ)が得られる。

(設問2) 0.02M Pb<sup>2+</sup>および0.01M Tl<sup>+</sup>を含む溶液に、塩素イオンCl<sup>-</sup>を加えていく。次の文章の空欄(ア, イ, エ, オ)に式を、(ウ, カ～ケ)に数値を入れよ。PbCl<sub>2</sub>のpK<sub>sp</sub>は4.08, TlClのpK<sub>sp</sub>は3.46である(K<sub>sp</sub>:溶解度積)。なおモル濃度と活量(活動度)は等しいと仮定する。

PbCl<sub>2</sub>について、沈殿平衡の反応式は(ア)、溶解度積K<sub>sp</sub>は、各イオン濃度(表記例[Cl<sup>-</sup>])を用いて(イ)で表され、その値(数値)は(ウ)で表される。TlClについて、沈殿平衡の反応式は(エ)、溶解度積K<sub>sp</sub>は、各イオン濃度を用いて(オ)で表され、その値(数値)は(カ)で表される。Pb<sup>2+</sup>の塩化物沈殿の生成が開始するCl<sup>-</sup>濃度は(キ)であり、Tl<sup>+</sup>の生成が開始するCl<sup>-</sup>濃度は(ク)である。このことから、Pb<sup>2+</sup>, Tl<sup>+</sup>のうち、1つ目のイオンの沈殿生成が開始した後、さらに2つ目のイオンの沈殿生成が開始する時の、1つ目のイオンの溶液中の濃度を計算することができる。つまり、2つ目のイオンの沈殿生成が開始する時には、最初に沈殿を開始したイオンの(ケ)%が沈殿となっていることが分かる。

(設問3) 次の半電池反応の組み合わせでは、どちらがカソード(還元)反応で、どちらがアノード(酸化)反応か?また、総括反応式を書け。なお、全ての化学種の活動度を1とする。

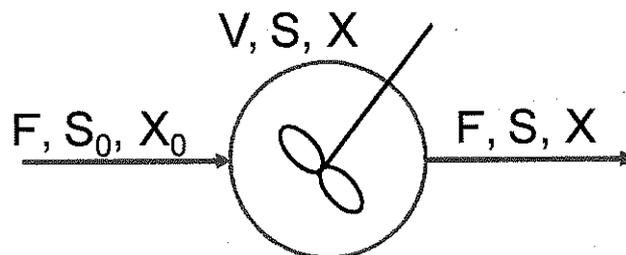


専門1 問12 (微生物工学)

(設問1) 原核生物と真核生物における遺伝子発現の違いを説明しなさい。

(設問2)  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $SO_4^{2-}$ ,  $NO_3^-$ が存在する環境で、有機物を利用して生育する従属栄養微生物は、どのような順番で電子受容体を利用していか？その理由も簡単に述べなさい。

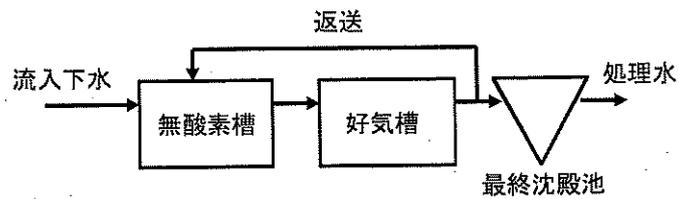
(設問3) ケモスタット(完全混合型培養槽)を用いて大腸菌の連続培養を図に示すような条件で行った。



ここで、 $V$ :培養槽の体積、 $F$ :培地の流入速度、 $S_0$ :流入基質濃度、 $S$ :培養槽内の基質濃度、 $X_0$ :流入大腸菌濃度、 $X$ :培養槽内の大腸菌濃度、である。流入する培地は、完全に滅菌してあると仮定する。

- (1) 培養槽内の大腸菌濃度  $X$  についての物質収支式を書きなさい。この場合、培養槽内では大腸菌の増殖のみが生じている(同時に基質の消費が生じる)と仮定し、希釈率は $(D)=F/V$ 、大腸菌の細胞収率は $Y_{x/s}$ 、大腸菌の比増殖速度( $\mu$ )はMonod式で表現できるものとする。
- (2) この物質収支式より、培養槽内の大腸菌の増殖速度をあなた(実験者)がコントロールできることを証明しなさい。
- (3) 培養槽内の基質濃度  $S$  について物質収支式、培養槽内の大腸菌濃度( $X$ )も、あなた(実験者)がコントロールできることを証明しなさい。

(設問4) 下水中のアンモニウムイオン( $NH_4^+$ )を除去するために、次の図のように、最初に無酸素槽、その後段に好気槽(曝気槽)を設置し、好気槽の処理水を嫌気槽に返送して処理する方法がある。以下の問いに答えなさい。



- (1) 後段の好気槽では硝化反応が2段階で生じている。2段階で生じている硝化反応の化学量論式をそれぞれ書きなさい。
- (2) (1)の2段階の硝化反応において、電子供与体および電子受容体は何か、それぞれ答えなさい。
- (3) この処理方式で、なぜ、好気槽の処理水を無酸素槽に返送しなければならないか、その理由を説明しなさい。
- (4) 無酸素槽で生じている生物学的反応は何と呼ばれるか答えなさい。また、この反応の電子供与体および電子受容体は何か、それぞれ答えなさい。

専門1 問13 (熱力学)

(設問1) 高温熱源  $T_h=500[^\circ\text{C}]$ 、低温熱源  $T_l=20[^\circ\text{C}]$  で、 $1.0[\text{mol}]$  の理想気体を使って稼働する下図に示すカルノーサイクル熱機関がある。A における体積  $V_A=0.02[\text{m}^3]$ 、B における体積  $V_B=0.1[\text{m}^3]$  としたとき、4つの過程 (A→B、B→C、C→D、D→A) においてこの熱機関が外部へ行う仕事 ( $W_{AB}$ 、 $W_{BC}$ 、 $W_{CD}$ 、 $W_{DA}$ )、エントロピー変化 ( $\Delta S_{AB}$ 、 $\Delta S_{BC}$ 、 $\Delta S_{CD}$ 、 $\Delta S_{DA}$ ) およびエンタルピー変化 ( $\Delta H_{AB}$ 、 $\Delta H_{BC}$ 、 $\Delta H_{CD}$ 、 $\Delta H_{DA}$ ) をそれぞれ求めよ。また、この熱機関の外部に行う仕事  $W$  と熱効率  $\eta$  を求めよ。なお、気体の定積熱容量  $C_v=(3/2)R$ 、定圧熱容量  $C_p=(5/2)R$  であり、気体定数  $R=8.314[\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}]$  である。

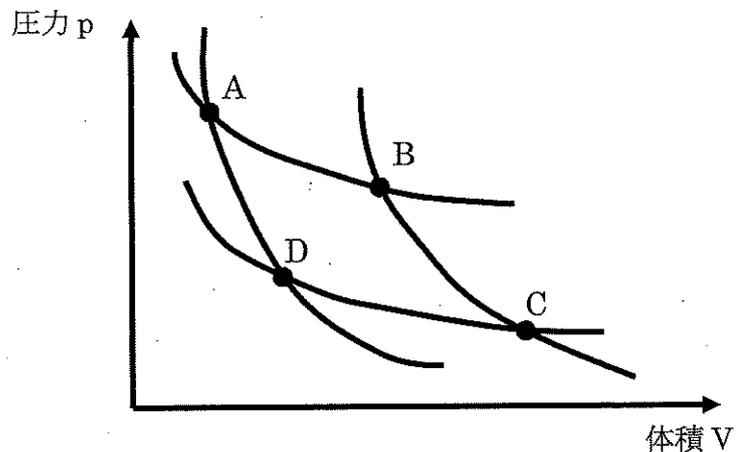


図 カルノーサイクル熱機関

(設問2)  $2.0[\text{mol}]$  の理想気体を温度  $20[^\circ\text{C}]$  において等温膨張させ体積  $V$  を 20 倍にした。このときの内部エネルギー、エンタルピー、エントロピー、ヘルムホルツの自由エネルギー及びギブズの自由エネルギーの変化を求めよ。なお、気体定数  $R=8.314[\text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}]$  である。

# 専門 1 問 14 (反応工学)

(設問 1) 図 1 に示すように、容積  $V$  の完全混合反応槽に、流量  $Q$  で物質 A を含む水が通水されている。この反応槽では一次反応に従った物質 A の分解が生じており、その除去率は定常状態で 50.0%であった。この反応槽を用いて、以下の(1)~(4)の装置を構築した際の、定常状態における装置全体の除去率は何%か？ 有効数字 3 ケタで答えよ。

- (1) 反応槽を直列に 4 槽連結 (図 2)
- (2) 反応槽を並列に 4 槽設置 (図 3)
- (3) 循環流の組み込み (図 4)
- (4) バイパス流の組み込み (図 5)

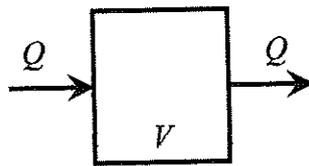


図 1

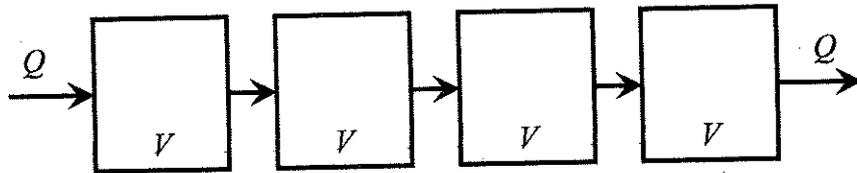


図 2

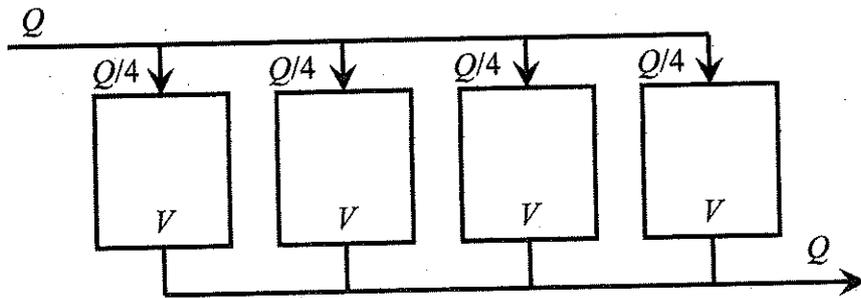


図 3

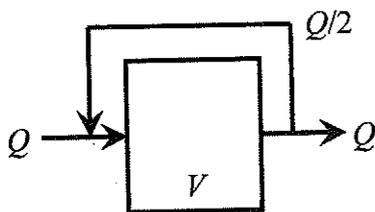


図 4

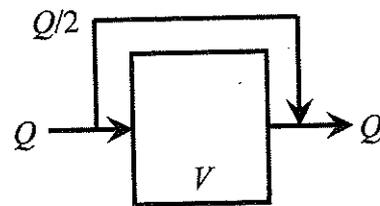


図 5

(設問 2) 図 6 に示すような、断面積  $S=2.00 \text{ m}^2$ 、長さ  $L=8.00 \text{ m}$  の流路の上流端にて汚濁物質が瞬間的に混入した。流量が  $Q=800 \text{ L/h}$  で一定であるとすると、流路の下流端にて汚濁物質濃度が最大になる時刻は混入の何時間後か？ (1) 流路が押し出し流れの場合と、(2) 完全混合流れの場合について、それぞれ有効数字 3 ケタで答よ。

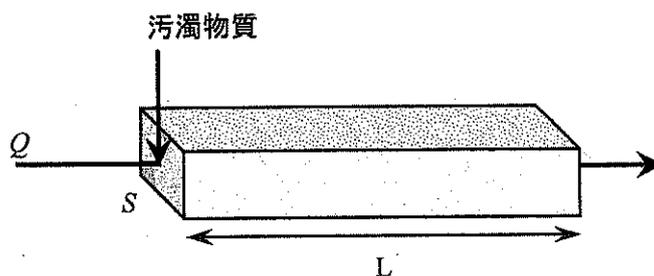


図6

(設問 3) 物質 A が溶解した水を、ある容器に容積の 80.0% まで入れて密封した。この容器内において、水相と気相 (残りの 20.0%) 間で物質 A がガス溶解平衡状態になった時、気相中の物質 A の質量と、水中に溶解している物質 A の質量が等しくなった。物質 A のヘンリー一定数  $H \text{ Pa}\cdot\text{m}^3/\text{mol}$  を、気体定数  $R$  と温度  $T$  を用いて表せ。

専門1 門15(分離工学)

(1) 有機汚濁物を  $10 \mu\text{mol/L}$  含む工業廃水(水量:  $500 \text{ m}^3/\text{日}$ ) を粉末活性炭処理して、汚濁物の1日あたり放流可能総量  $2 \text{ mol/日}$  を満たすようにしたい。吸着量  $q$  ( $\text{mmol/g}$ )、有機汚濁物濃度  $C$  ( $\text{mmol/L}$ ) として、有機物の活性炭吸着がラングミュア式  $q = \frac{q_{\text{max}}KC}{1+KC}$  ( $K=12 \text{ L/mmol}$ ,  $q_{\text{max}}=1.8 \text{ mmol/g}$ ) で表

されるとき、必要となる粉末活性炭注入濃度を有効数字 2 桁で求めよ。活性炭の注入後、速やかに吸着平衡に達すると考えて計算を行ってよい。

(2) アルミニウム塩を用いた凝集沈殿法について、600-700 字程度で説明せよ。文中では「コロイド」「フロック」「反発」「多価正イオン」「中和」「ファン・デア・ワールス力」「架橋」「ポリマー」「pH」「G 値」を用いること。

# 専門1 問16 (環境統計学)

(設問1)

ある廃棄物埋立地の下流側に位置する集落に井戸があり、その井戸水は定期的に分析が実施されている。これまでの長期間の定期観測データによると、井戸水の塩化物イオン濃度は平均値  $\mu = 2.5 \text{ mg/L}$ 、標準偏差  $\sigma = 0.4 \text{ mg/L}$  の正規分布に従っていたということである。今年に入って、住民から井戸水に異常があるという苦情が多数寄せられた。今年の塩化物イオンの分析値は下記の通りである。

測定 No.	1	2	3	4
塩化物イオン濃度(mg/L)	3.0	3.5	2.8	2.5

(1) ①標本平均 ( $\bar{x}$ )、②標本分散 ( $s^2$ )、③不偏分散 ( $\hat{s}^2$ ) を求めよ。

(2) 上記のデータから今年に入って井戸水の塩化物イオン濃度はこれまでと比べて上昇したと言えるか？有意水準 5% で検定せよ。なお、これまでの長期間のデータを元に母分散既知として検定せよ。母分散既知の場合、下式に示される  $Z$  は標準正規分布に従う。

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$$

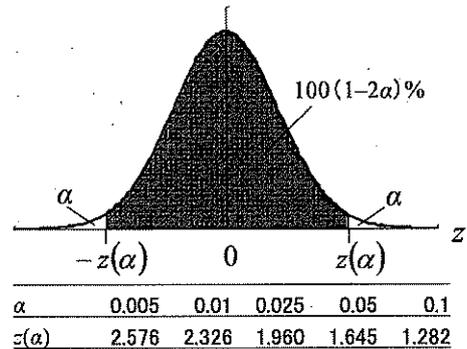


図1 標準正規分布 (一部抜粋)

①帰無仮説と対立仮説を示せ。

②検定に用いる統計量を算出せよ。

③棄却域となる  $z$  値を図1中の表から選択せよ。

④検定結果を示せ。

(3) 水質が変わった (母平均が変化した) として、今年の測定値から母平均の 95% の信頼区間を推定せよ。なお母分散は変化していないものとする。

(設問2)

二変数  $(x, y)$  の回帰直線  $(Y = b_0 + b_1x)$  の決定において、各係数  $(b_0, b_1)$  は以下の式で求められる。

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}, \quad b_1 = C_{xy}/s_x^2$$

ここで、 $\bar{y}$  :  $y$  の平均値、 $\bar{x}$  :  $x$  の平均値、 $C_{xy}$  :  $x$  と  $y$  の共分散、 $s_x^2$  :  $x$  の分散である。

このとき、回帰変動は  $\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{y})^2 = nC_{xy}^2/s_x^2$  で表されることを示せ。

なお、 $n$  はデータの数、 $Y$  は任意の  $x$  に対する回帰直線上の  $y$  の値、 $Y_i$  は特定の  $x_i$  に対する回帰直線上の  $y$  の値である。