

令和5年度 北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻、人間機械システムデザイン専攻、
エネルギー環境システム専攻、量子理工学専攻

機械・宇宙航空工学系研究室群

試験問題

材料力学、機械力学・制御工学

試験日：令和4年8月23日（火）

時 間：9：00～12：00

「材料力学」、「機械力学・制御工学」ともに問1および問2の両方を解答せよ。
なお、各問は別の答案用紙に解答し、問の番号を明記せよ。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題用紙の中を見てはいけません。
2. 携帯電話、スマートフォンは電源を切りなさい。時計のアラームも使用してはいけません。
3. 受験中、机上には受験票、鉛筆（黒）、シャープペンシル（黒）、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができません。
4. 答案用紙、草案紙上欄に科目名、問の番号（答案用紙のみ）および受験番号を記入しなさい。なお、専攻名は記入不要です。また、問題用紙下欄に受験番号を記入しなさい。
5. 答案用紙は裏面を用いても構いません。ただし「裏面に続く」と明記しなさい。
6. 問題用紙の印刷不鮮明、答案用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に申告しなさい。
7. 問題用紙の余白は利用しても構いませんが切り離してはいけません。
8. 試験終了後、問題用紙、答案用紙および草案紙はすべて提出しなさい。

受験番号	
------	--

問 1 および問 2 の両方を解答しなさい。

なお、各問は別の答案用紙に解答し、問の番号を明記しなさい。

問 1 図 1 に示すような L 形のはりが点 O で剛体壁に固定されており、点 A に鉛直下向きの集中荷重 P 、点 B に水平右向きの集中荷重 P が作用している。L 形のはりの OA 間の長さ ℓ 、AB 間の長さ $\ell/2$ 、縦弾性係数 E 、断面二次モーメント I として以下の問い合わせに答えなさい。ただし、曲げモーメントは反時計回りを正とする。

(1) 点 O における曲げモーメントの大きさを求めなさい。

(2) OA 間のせん断力図、曲げモーメント図を示しなさい。

(3) 点 A におけるはりのたわみを求めなさい。

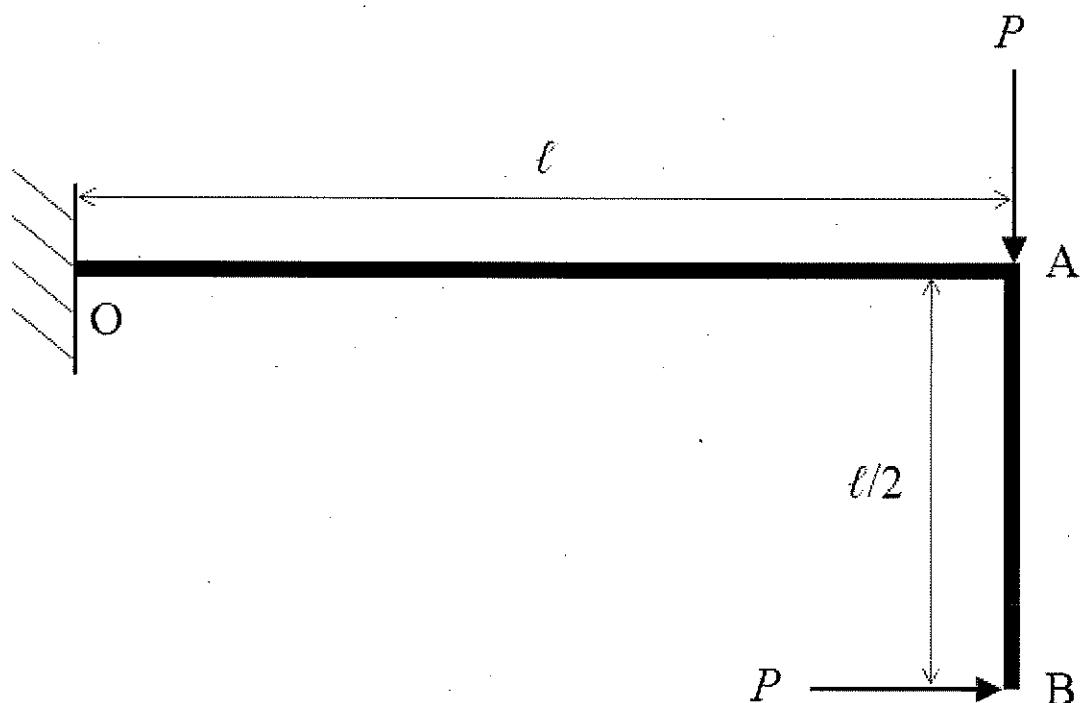


図 1

問2 図2の外径 d , 内径 nd ($0 < n < 1$), 横弾性係数 G_1 の円筒の内面に, 直径 nd , 横弾性係数 G_2 の丸軸を接合した長さ ℓ の組み合わせ丸軸について, 以下の問い合わせに答えなさい。

- (1) 円筒と丸軸のそれぞれの断面二次極モーメントを求めなさい。
- (2) 組み合わせ丸軸の両端にトルク T_0 を加えたとき, 生じるねじれ角を求めなさい。
- (3) 組み合わせ丸軸のねじり剛性を求めなさい。
- (4) 図3のように両端を剛体壁に固定して, 左端から a の位置にある点Aにトルク T を作用させたとき, 点Aにおけるねじれ角を求めなさい。

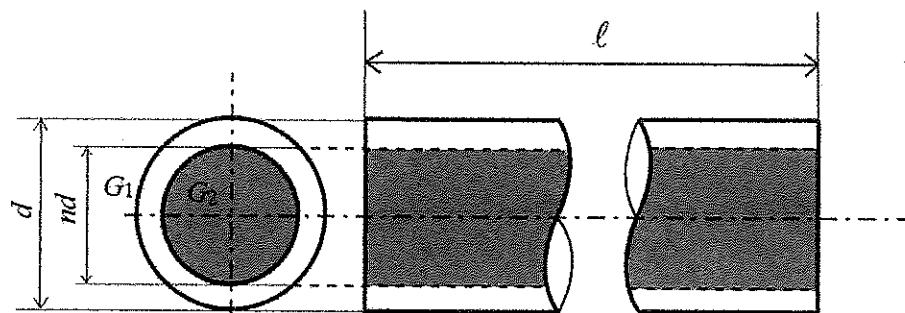


図2

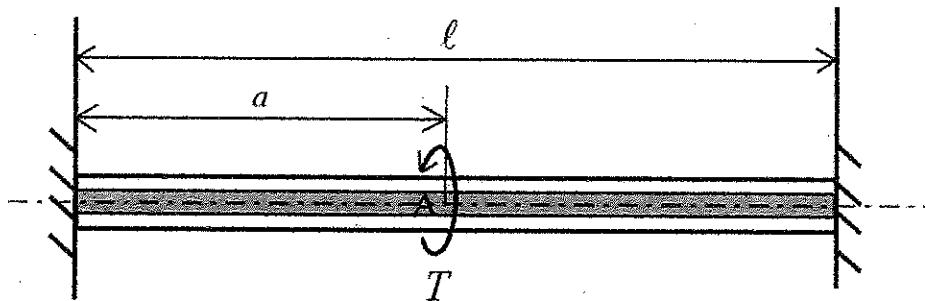


図3

問1および問2の両方を解答しなさい。

なお、各問は別の答案用紙に解答し、問の番号を明記しなさい。

問1 次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 図1に示すように、長さ L 、質量 $3M$ の一様な剛体棒ABの端点Aに、質量 M の質点が取り付けられた振子がある。振子は点Aから sL ($0 \leq s \leq 1$) 離れた点Pを支点として、重力の作用により微小振幅で自由振動している。重力加速度を g として、以下の問いに答えなさい。

(1-1) 点Aから振子の重心までの距離を求めなさい。

(1-2) 振子が、図1のように、点Aを上にして自由振動するための s の条件を求めなさい。

(1-3) 振子の点Pまわりの慣性モーメントを導出しなさい。

(1-4) 自由振動の固有角振動数を求めなさい。

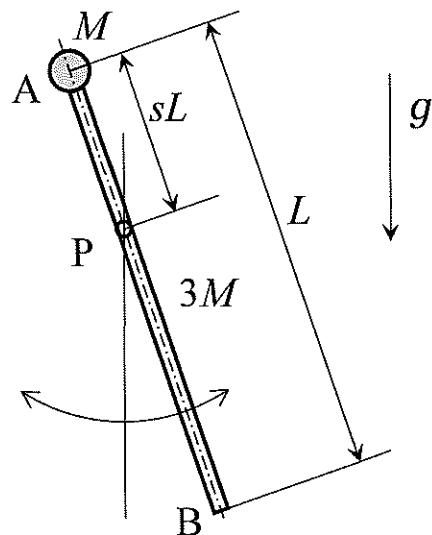


図1

(2) は次ページに記されている。

(2) 図2 (a) に示すように、液体が入った容器Aが、なめらかに回転する滑車Bを介して質量 m_0 の物体Cと伸びない糸でつながれ、つり下げられている。物体Cは角度 α の斜面上にあり、糸から、斜面に平行に力を受けている。容器Aには液体を自在に注入または排出することができ、容器自体の質量は無視できる。滑車Bの半径を R 、回転軸まわりの慣性モーメントを I とする。物体Cと斜面の間の静摩擦係数、動摩擦係数をそれぞれ μ_s 、 μ_k ($\mu_s > \mu_k$) とする。初期状態において、容器A内の液体の質量は m_0 であり、糸は静止していた。重力加速度を g として、以下の問い合わせに答えなさい。

(2-1) 初期状態における糸の張力を求めなさい。

(2-2) 初期状態から、図2 (b) に示すように、容器A内の液体を徐々に排出したところ、やがて容器が上昇をはじめた。上昇をはじめる直前の、容器A内の液体の質量を求めなさい。

(2-3) 一方、初期状態から、図2 (c) に示すように、容器Aに液体を徐々に注入したところ、液体の質量が m_1 となったときに容器Aが下降をはじめた。このとき液体の注入を停止し、以後、容器A内の液体の質量は m_1 のまま一定であった。滑車と糸の間にすべりはないとして、下降中の容器Aの加速度を求めなさい。

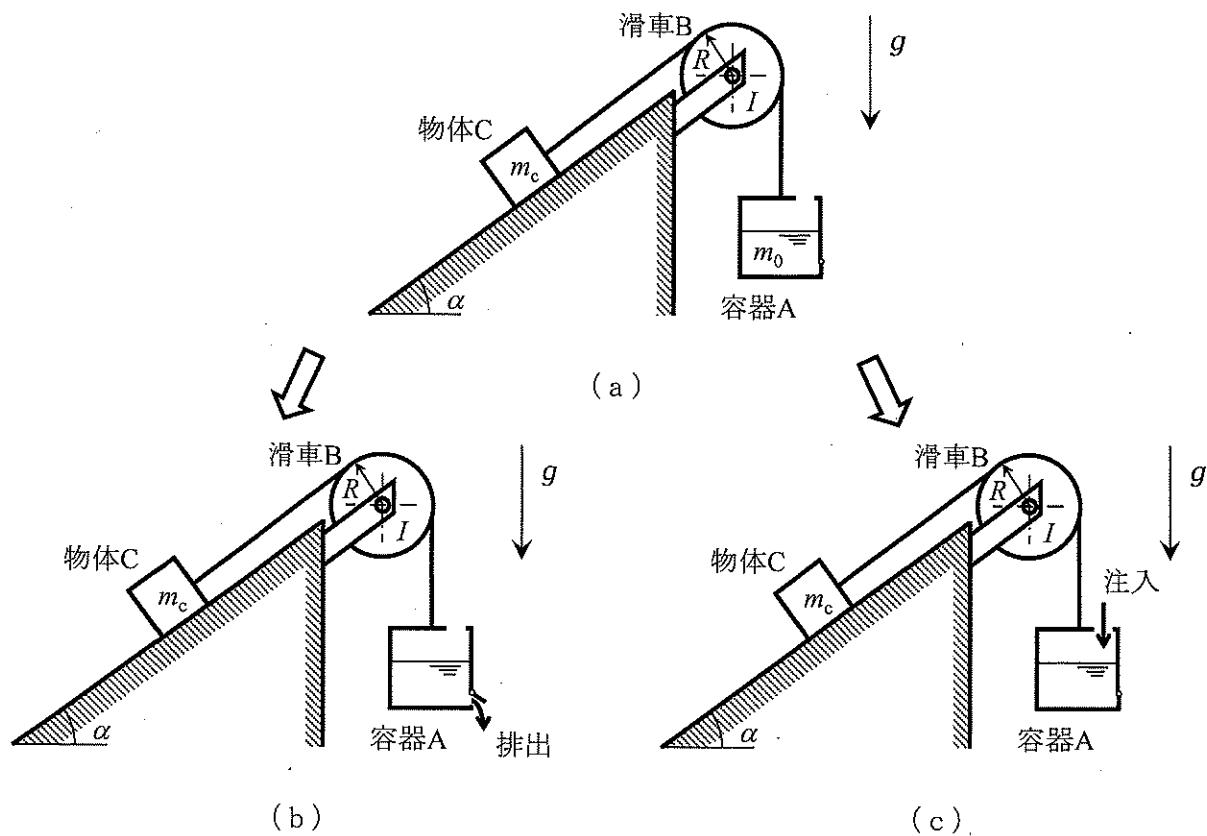


図2

問2 次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) 図3に示す物理システム(ばねー質量ーダンパー系)を制御対象として制御するために、図4に示すフィードバック制御系を設計した。これらのシステムについて、以下の問い合わせに答えなさい。

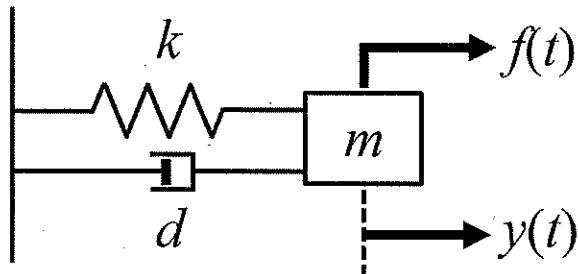


図3：ばねー質量ーダンパー系

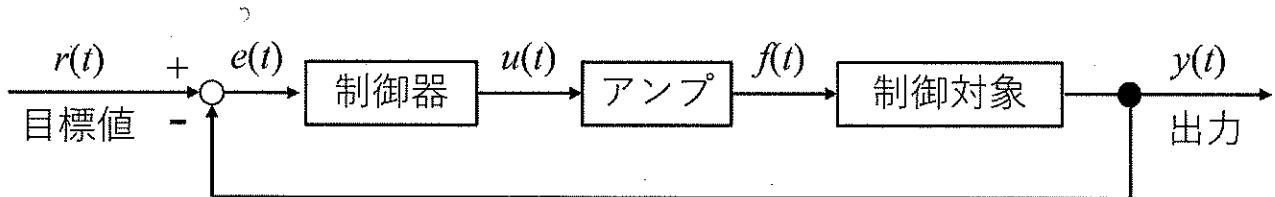


図4：フィードバック制御系

- (1-1) 図3の制御対象について運動方程式を求めなさい。なお、重力や摩擦、空気による影響は無視できるものとし、質量を m 、ばね定数を k 、粘性減衰係数を d 、外力を $f(t)$ 、変位を $y(t)$ とする。
- (1-2) 図4において、「アンプ」は制御入力 $u(t)$ を制御対象に加える外力 $f(t)$ に変換するためのものである。 $u(t)$ と $f(t)$ は比例の関係で表すことができるため、その比例ゲインを K とすると $f(t) = Ku(t)$ となる。このとき、入力 $u(t)$ から出力 $y(t)$ の間の伝達関数 $G_1(s)$ を求めなさい。
- (1-3) $G_1(s)$ について、ボード線図を折れ線近似によって描きなさい。ただし $m = 1$, $d = 10.1$, $k = 1$, $K = 10$ とする。また、周波数の範囲を $0.01\text{rad/s} \sim 1000\text{rad/s}$ としなさい。
- (1-4) 図4において、制御器(コントローラー)をPD補償器とする。PD補償器の伝達関数 $C(s)$ を、比例ゲイン K_p および微分ゲイン K_D を用いて表しなさい。
- (1-5) 図4において、目標値 $r(t)$ から出力 $y(t)$ の間の伝達関数 $G_2(s)$ を求めなさい。なお、 m, d, k, K については(1-3)で示した数値を用い、 m, d, k, K および K_p, K_D を使って答えなさい。
- (1-6) 伝達関数 $G_2(s)$ で表されるシステムが安定であるためには、それぞれの制御ゲイン K_p および K_D がどのような範囲を満たすべきか答えなさい。この問題についても(1-3)で示した数値を用い、元の記号を使って答えなさい。
- (2) は次ページに記されている。

(2) 次の状態方程式で表されるシステムに対して、以下の問い合わせに答えなさい。

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

(2-1) このシステムに対して単位ステップ入力を加える。単位ステップ入力のラプラス変換を求めなさい。なお、時間関数 $h(t)$ のラプラス変換 $H(s)$ は以下で与えられるので、これを参考に導出しなさい。

$$H(s) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-st} dt$$

(2-2) このシステムに対して単位ステップ入力を加えたときの、状態方程式の解 $x(t)$ を求めなさい。ただし、初期値を $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ とする。

令和5年度 北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻, 人間機械システムデザイン専攻,
エネルギー環境システム専攻, 量子理工学専攻

機械・宇宙航空工学系研究室群

試験問題

流体力学, 熱力学

試験日：令和4年8月23日（火）

時 間：13：30～16：30

「流体力学」, 「熱力学」ともに問1および問2の両方を解答せよ。
なお, 各問は別の答案用紙に解答し, 問の番号を明記せよ。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで問題用紙の中を見てはいけません。
2. 携帯電話, スマートフォンは電源を切りなさい。時計のアラームも使用してはいけません。
3. 受験中, 机上には受験票, 鉛筆（黒）, シャープペンシル（黒）, 消しゴム, 鉛筆削り, 眼鏡, 計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができません。
4. 答案用紙, 草案紙上欄に科目名, 問の番号（答案用紙のみ）および受験番号を記入しなさい。なお, 専攻名は記入不要です。また, 問題用紙下欄に受験番号を記入しなさい。
5. 答案用紙は裏面を用いても構いません。ただし「裏面に続く」と明記しなさい。
6. 問題用紙の印刷不鮮明, 答案用紙の汚れ等に気付いた場合は, 手を挙げて監督員に申告しなさい。
7. 問題用紙の余白は利用しても構いませんが切り離してはいけません。
8. 試験終了後, 問題用紙, 答案用紙および草案紙はすべて提出しなさい。

受験番号	
------	--

科 目 名	流体力学
-------	------

問1 および問2の両方を解答しなさい。

なお、各問は別の答案用紙に解答し、問の番号を明記しなさい。

問1

紙面奥行き方向に単位長さの二次元 xy 平面上において、反時計回りの循環を正とする非圧縮、渦なし流れを考える。この流れは複素速度ポテンシャル $f(z)$ を用いて表すことができる。ここで $z = x + iy$ (i は虚数単位), $\log z$ は z の自然対数を表す。以下の問い合わせに答えなさい。

- (1) 原点を中心として循環 Γ ($\Gamma > 0$) をもつ自由渦を考える。この流れを表す複素速度ポテンシャルは以下で与えられる。

$$f(z) = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \log z \quad (1)$$

(1-1) $z = re^{i\theta}$ として、式①の速度ポテンシャルと流れ関数を r, θ を用いて表しなさい。

(1-2) 共役複素速度 $\frac{df}{dz} = u - iv$ を用いて、 x 軸方向速度 u および y 軸方向速度 v を求めなさい。

(1-3) 流線の方程式 $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ を用いて、この流れの流線を表す式を求めなさい。

(2) x 軸および y 軸を壁面とする第1象限上の $z_1 = x_1 + iy_1$ に循環 Γ ($\Gamma > 0$) をもつ自由渦がある(図1)。この流れは、図2に示すように第2, 3, 4象限に鏡像を置いて表すことができる。

(2-1) z_2, z_3, z_4 を、 z_1 とその共役 \bar{z}_1 を用いて表しなさい。

(2-2) z_1 の自由渦の中心は z_2, z_3, z_4 の自由渦の影響を受けて運動する。この運動は以下の複素速度ポテンシャルから求めることができる。

$$F_1(z) = \frac{i\Gamma}{2\pi} \log(z - z_2) - \frac{i\Gamma}{2\pi} \log(z - z_3) + \frac{i\Gamma}{2\pi} \log(z - z_4) \quad (2)$$

z_1 の自由渦の中心の x 軸方向速度 u_1 および y 軸方向速度 v_1 を求めなさい。

(2-3) z_1 の自由渦の中心が初期位置 $(x_1, y_1) = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$ に存在したとする。この自由渦の中心の運動の軌跡を図示しなさい。

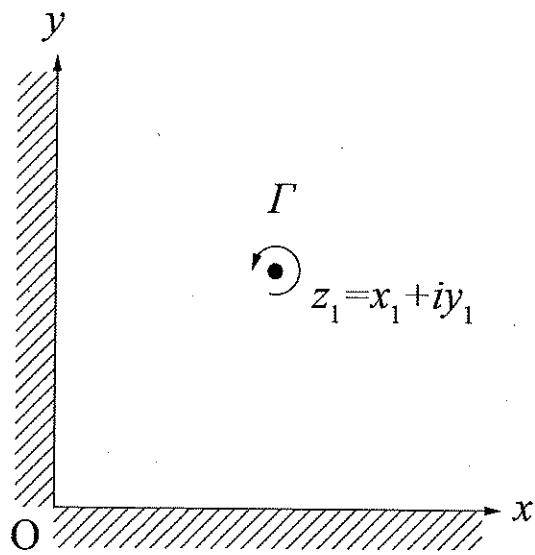


図 1

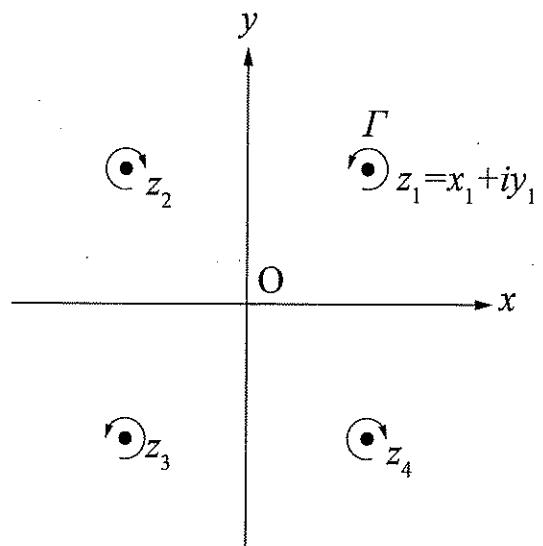


図 2

問2

下図のように、距離 H を持つ平行平板間の流体を、右板を固定、左板を動かし鉛直方向上方へ輸送することを考える。ここでは、2次元非圧縮性粘性流体を仮定し、鉛直方向に y 軸を、その垂直方向に x 軸をとる。いま、左板を y 軸方向に一定速度 V_0 で移動させることで、 y 軸方向に平行な速度 $v(x)$ の流れが発生し、定常に達したとする。 y 軸方向の圧力勾配および速度変化はないと仮定する。このとき、以下の問い合わせに答えなさい。ただし、流体の密度を ρ 、粘性係数を μ 、そして重力加速度を g とし、いずれも定数とする。

(1) 重力を外力として考慮した非圧縮性流体に対する2次元ナビエ・ストークス方程式から、不要となる項を消去することで、流れの方程式が式③になることを導きなさい。問題文に無い記号は定義し、式③の導出過程を示すこと。

$$\mu \frac{d^2 v(x)}{dx^2} - \rho g = 0 \quad (3)$$

(2) (1) で導出した式③を、適切な境界条件を与えて解き、速度分布 $v(x)$ を求めなさい。

(3) (2) で得られた速度分布 $v(x)$ から流量 Q を求め、平行平板間の流れの平均速度 $V (= Q / H)$ を求めなさい。ここで、紙面奥行き方向は単位長さとする。

(4) 平均速度 V が負の場合は、左板を移動させても流体を正味量として上方へ輸送できないことを意味する。平均速度 V が負となる左板の移動速度条件を示しなさい。

(5) 平均速度 V がゼロとなる場合の平行平板間の速度分布を図示しなさい。ただし、縦軸を v/V_0 、横軸を x/H とし、 v/V_0 がゼロとなる位置 x/H 、および v/V_0 が極値となる位置 x/H を明示すること。

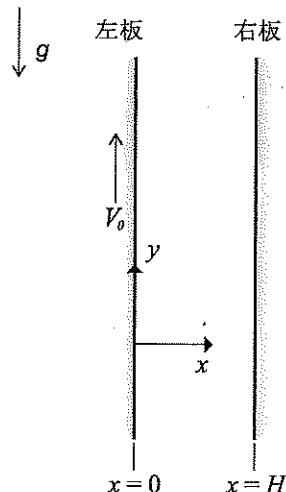


図3

科 目 名	熱力学
-------	-----

問1 および問2の両方を解答しなさい。
なお、各問は別の答案用紙に解答し、問の番号を明記しなさい。

問1

(1) (2) (3)について解答しなさい。解答に用いることができる記号は、問題文中で与えられたもののみとする。ただし、解答に至る途中経過においては任意の記号を定義して使用してよい。

(1) 温度 T_0 [K], 体積 V_0 [m³], 壓力 p_0 [Pa]の理想気体が、準静的に等温膨張して体積が V_1 [m³]となった。次の問い合わせに答えなさい。

(1-1) 等温膨張後の気体の圧力 p_1 [Pa]を求めなさい。

(1-2) 気体に与えられた熱量 Q [J]を求めなさい。

(1-3) エントロピーの変化量 ΔS [J/K]を求めなさい。

(2) 温度 T_0 [K], 体積 V_0 [m³], 壓力 p_0 [Pa]の理想気体が、準静的に断熱膨張して体積が V_2 [m³]となった。次の問い合わせに答えなさい。ただし、比熱比を κ とする。

(2-1) 断熱膨張後の気体の圧力 p_2 [Pa]を求めなさい。

(2-2) 断熱膨張後の気体の温度 T_2 [K]を求めなさい。

(2-3) エントロピーの変化量 ΔS [J/K]を求めなさい。

(3) 容積 V_0 [m³]の2つの容器が、開閉弁付きの管で連結されている。一方の容器には温度 T_0 [K], 壓力 p_0 [Pa]の理想気体が満たされており、他方の容器は真空である。容器は断熱されており、開閉弁および管の容積は無視できるものとする。開閉弁を開いて十分に時間が経過した時点で系は平衡状態となった。次の問い合わせに答えなさい。

(3-1) 気体が外部から受け取る熱量 Q [J]を求めなさい。

(3-2) 気体が外部に対してなす仕事 W [J]を求めなさい。

(3-3) 開閉弁を開放した後の平衡状態における気体の温度 T_3 [K]が T_0 と等しくなることを熱力学第1法則の観点から説明しなさい。

(3-4) エントロピーの変化量 ΔS [J/K]を求めなさい。

問2

図に示すランキンサイクルの構成とその理想的な $T-s$ 線図に対し、以下の問い合わせに答えなさい。

- (1) 下記の文章の空欄 (ア) ~ (エ) にあてはまる適切な語句を選択肢の中から選んで答えなさい。

「ランキンサイクルの特色の一つとして、作動流体がサイクル中で (ア) と (イ) にまたがり、給水ポンプによる (ウ) 壓縮が (ア) で行われるために圧縮仕事が少なくて済むことが挙げられる。また、蒸気タービンの入口における温度が高い方がサイクルの熱効率は (エ) .」

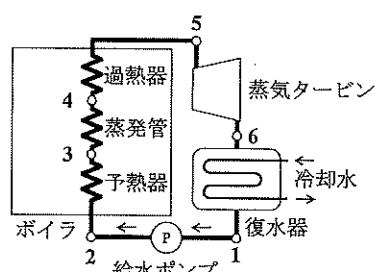
- (ア), (イ) の選択肢 : 固相, 液相, 気相, 超臨界相
 (ウ) の選択肢 : 断熱, 等温, 等圧, 等エンタルピー
 (エ) の選択肢 : 高くなる, 低くなる

- (2) ランキンサイクルの $p-v$ 線図を図示しなさい。なお、 $p-v$ 線図中には飽和液線、乾き飽和蒸気線、臨界点も図示し、 $T-s$ 線図と対応した各状態 (1~6) の番号を明記しなさい。

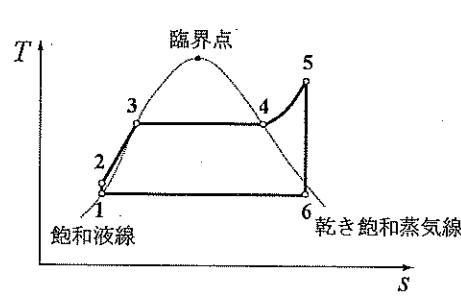
- (3) 定常状態の開いた系における熱力学第1法則と、各状態 (1~6) の比エンタルピー ($h_1 \sim h_6$ [kJ/kg]) を用い、作動流体の単位質量あたりのボイラにおける吸熱量 q_B [kJ/kg]、復水器における放熱量 q_C [kJ/kg]、タービンで取り出せる仕事量 h_T [kJ/kg]、ポンプに要する仕事量 h_P [kJ/kg]、および理論熱効率 η_{th} [-] をそれぞれ表しなさい。

- (4) タービンの入口における蒸気圧力が 10 MPa、温度 600°C で、出口圧力が 5 kPa の場合、タービンの仕事量 h_T [kJ/kg] とサイクルの理論熱効率 η_{th} [-] を計算しなさい。ただし、ポンプの仕事量は無視できるものとし、比エンタルピーと比エントロピーは以下の表に記載された値を用いなさい。なお、有効数字 3 衔 (4 衔まで計算して 3 衔で記載) で答えなさい。

	比エンタルピー	比エントロピー
タービン入口蒸気	$h_5 = 3623 \text{ kJ/kg}$	$s_5 = 6.901 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$
飽和液 (5 kPa)	$h' = 137.8 \text{ kJ/kg}$	$s' = 0.4763 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$
乾き飽和蒸気 (5 kPa)	$h'' = 2562 \text{ kJ/kg}$	$s'' = 8.396 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$



ランキンサイクルの構成

ランキンサイクルの $T-s$ 線図