

2022年4月入学・2021年10月入学
北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻、人間機械システムデザイン専攻、
エネルギー環境システム専攻、量子理工学専攻

応用量子科学系研究室群

専門科目試験問題

応用数学

試験期日：2021年8月24日（火）
時 間：9：00～12：00

全4問の全てに解答せよ。答案用紙は問ごとに別の用紙(2枚一組)を使用し、
全ての用紙に問の番号を明記せよ。また、ホッチキスをはずさずに提出する
こと。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題の中を見てはいけません。
2. 携帯電話、スマートフォン、PHS、時計のアラームは使用を禁止するので電源を切り、身につけないこと。
3. 受験中、机上には、受験票、鉛筆（黒）、シャープペンシル（黒）、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができない。
4. 全ての答案用紙、草案紙上欄に科目名、受験番号を記入し、問題用紙に受験番号を記入しなさい。
5. 2枚一組の答案用紙が不足した場合は裏面を用いても良い。ただし「裏面に続く」と明記すること。
6. 問題用紙の印刷不鮮明、答案用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
7. 問題用紙の余白等は利用してもよいが、切り離してはいけません。
8. 試験終了後、問題用紙、答案用紙、草案紙は全て提出のこと。

受験番号	
------	--

科 目 名	応用数学
-------	------

問 1 微分方程式について以下の設問に答えなさい。

- (1) 以下の微分方程式の一般解を求めなさい。ただし, $y = y(x)$ であり, y', y'', y''' はそれぞれ 1 階, 2 階, 3 階の導関数とする。

$$(1-1) \quad yy' = 2xe^{y^2}$$

$$(1-2) \quad xy' + (1+x)y = e^{-x}$$

$$(1-3) \quad y''' - 9y' = 0$$

$$(1-4) \quad y'' + 4y' + 3y = x - 1$$

$$(1-5) \quad y'' - y = e^x + 2e^{2x}$$

- (2) 以下の微分方程式に対する問い合わせに答えなさい。ただし, $D = \frac{d}{dt}$ は微分演算子, a は実数, $f(t)$ は実関数とする。

$$(D^2 + aD + 5) y = f(t) \quad (i)$$

(2-1) $f(t) = 0$ のとき, 式 (i) の解が振動解となるような a の範囲を求めなさい。

(2-2) $a = 2$, $f(t) = \cos \omega t$ のとき, $t \rightarrow \infty$ において解が最も大きく振動するような ω の値を求めなさい。

(次頁に続く)

問2 以下のベクトル解析に関する設間に答えなさい。ただし各設問において i, j, k はデカルト座標系 (x, y, z) における x, y, z の各方向の単位ベクトルとする。

- (1) ベクトル $(2, 3, 0), (0, 2, 6), (3, 0, 3)$ がなす平行6面体の体積を求めなさい。
- (2) 位置ベクトルが $r(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$ で表される曲線上の $t = 1$ の点を P, $t \neq 1$ のある点を Q とする。P および Q におけるそれぞれの接線が互いに直交するとき、Q の座標を示しなさい。
- (3) 位置ベクトルが $r(t) = e^t\mathbf{i} + e^{-t}\mathbf{j} + \sqrt{2}t\mathbf{k}$ で表される曲線の $t = 0$ から $t = m$ までの長さを求めなさい。ただし m は定数とする。
- (4) 曲面 $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ の点 $(1, 0, 2)$ における単位法線ベクトルを x 成分が正となるようにして求めなさい。
- (5) 空間ベクトル場 $\mathbf{A} = 2xy\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} - 2z\mathbf{k}$ が渦のない場であることを示し、 $\mathbf{A} = \nabla\phi$ で表されるスカラーポテンシャル ϕ を求めなさい。また始点 $(1, 0, 0)$ から終点 $(1, 0, 2\pi)$ にいたる経路 $C: (\cos t, \sin t, t)$ に沿った線積分 $\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ を求めなさい。
- (6) 球 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 上の積分 $\iint_S (5xi - zk) \cdot \mathbf{n} dA$ を求めなさい。ここで、 \mathbf{n} は S の外向き単位法線ベクトルを表す。

問3 以下の設間に答えなさい。ここで、 z は複素数であり、 i を虚数単位とする。

- (1) 複素数 $z = x + yi$ (x, y は実数) の z 平面上で x が一定の直線、および y が一定の直線がある。これらの直線が複素関数 $w = Az$ により変換される w 平面上の図形を示しなさい。ただし、 A は複素数であり、 $w = u + vi$ (u, v は実数) とする。図示するときは、それぞれの図の関係が分かるように描きなさい。

- (2) 特異点 a を中心とする $f(z)$ のローラン展開を

$$f(z) = \varphi(z) + \frac{b_{-1}}{z-a} + \frac{b_{-2}}{(z-a)^2} + \cdots + \frac{b_{-k}}{(z-a)^k}$$

とする。ここで $\varphi(z)$ は点 a とその近くで正則な関数である。このときの留数は以下のようになる。

$$\text{Res}[f, a] = b_{-1}$$

以下の公式を証明しなさい。

点 a が関数の 1 位の極であれば、

$$\text{Res}[f, a] = \lim_{z \rightarrow a} [(z-a)f(z)]$$

点 a が関数の k 位の極であれば ($k > 1$)、

$$\text{Res}[f, a] = \frac{1}{(k-1)!} \lim_{z \rightarrow a} \frac{d^{k-1}}{dz^{k-1}} [(z-a)^k f(z)]$$

- (3) 次の積分を求めなさい。

$$\int_C \frac{z \sin z}{(z-i)^2} dz, \quad C : |z-i| = 1$$

- (4) 次の関数 $f(z)$ を $z = i$ の周りで展開しなさい。

$$f(z) = \frac{1}{z^2} \quad (0 < |z-i| < 1)$$

- (5) 次の積分を求めなさい。

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{5 + 4 \cos \theta} d\theta$$

問4 以下の設問に答えなさい。

- (1) 区間 $x \in [0, L]$ において、実数変数 x に関する複素数値関数 $a(x)$ が自乗可積分であるとき、 $a(x)$ の複素フーリエ級数展開は、複素数の指數関数を基底関数として、

$$a(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{ik_m x}, \quad k_m = \frac{2\pi m}{L}$$

により与えられる。この式の A_m を基底関数の直交性を利用して積分の形で表しなさい。なお、導出にあたり直交性の証明も行いなさい。

- (2) 二次元デカルト座標系の $|x| \leq d, y \geq 0$ の領域において、次の偏微分方程式と境界条件を満足する実関数 $f(x, y)$ を求めなさい。

$$\begin{aligned} \nabla^2 f(x, y) + k^2 f(x, y) &= 0, \quad 0 < k < \frac{\pi}{2d} \\ f(\pm d, y) &= 0, \quad f(x, 0) = \cos\left(\frac{\pi}{2d}x\right), \quad f(x, +\infty) = 0 \end{aligned}$$

- (3) 実数変数 t に関する実関数 $f(t)$ は、 $t < 0$ において $f(t) = 0$ で、 $t \geq 0$ において区分的に連続であり、かつ、次のラプラス変換が有界な関数である。

$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt \quad (s: \text{複素数})$$

実関数 $f_1(t)$ および $f_2(t)$ も、 $f(t)$ と同じ性質をもつとき、これらの畳み込み積分

$$(f_1 * f_2)(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_0^\infty f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau$$

が、次の関係を満たすことを証明しなさい。

$$\mathcal{L}[(f_1 * f_2)(t)] = F_1(s) F_2(s)$$

ここで $F_1(s)$ および $F_2(s)$ はそれぞれ $f_1(t)$ および $f_2(t)$ のラプラス変換である。

2022年4月入学・2021年10月入学

北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻、人間機械システムデザイン専攻、
エネルギー環境システム専攻、量子理工学専攻

応用量子科学系研究室群

専門科目試験問題

電磁気学、材料科学、原子物理・原子炉工学

試験期日：2021年8月24日（火）

時 間：13：30～16：30

電磁気学、材料科学、原子物理・原子炉工学の3科目各3問、計9問から3問を選択し、それぞれ別の答案用紙に解答せよ。

なお、各問は別の答案用紙に解答し、科目名と問の番号を明記せよ。
ホッチキスをはずさずに提出すること。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題の中を見てはいけません。
2. 携帯電話、スマートフォン、PHS、時計のアラームは使用を禁止するので電源を切り、身につけないこと。
3. 受験中、机上には、受験票、鉛筆（黒）、シャープペンシル（黒）、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができない。
4. 答案用紙、草案紙上欄に科目名、受験番号を記入し、問題用紙に受験番号を記入しなさい。
5. 答案用紙は裏面を用いても良い。ただし「裏面に続く」と明記すること。
6. 問題用紙の印刷不鮮明、答案用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせなさい。
7. 問題用紙の余白等は利用してもよいが、切り離してはいけません。
8. 試験終了後、問題用紙、答案用紙、草案紙は全て提出のこと。

受験番号	
------	--

問1 図1の電気回路において、直流電源の電圧は V であり、コンデンサーは面積が S の2枚の平板電極を端が離れないようにして間隔 d で平行に配置した構造で、 $\sqrt{S} \gg d$ であり、電極間は真空でその誘電率を ϵ_0 とする。以下の問い合わせに答えなさい。

- (1) スイッチ S_1 を閉じた時、コンデンサーの電極間の電界の大きさを求めなさい。また、電界の方向を答えなさい。
- (2) (1) の時、電極表面に蓄積する電荷の表面密度を求めなさい。ただし、(1) の電界を E として答えなさい。
- (3) このコンデンサーの静電容量を求めなさい。
- (4) 次に、スイッチ S_1 を開くと同時に、スイッチ S_2 を閉じた。コンデンサーの静電容量を C 、抵抗を R とする時、 S_2 を閉じた時刻を $t = 0$ として、抵抗に流れる電流 i の時間変化を求めなさい。
- (5) (4) の電流 i は、コンデンサーの一方の電極から導線に流出し、抵抗と導線を経て他方の電極に流入している。流出する電流と流入する電流の大きさは等しいが、コンデンサーの電極間は真空で電荷が存在しないので、電極間に伝導電流が流れることはない。コンデンサーを含む電気回路に電流が流れるメカニズムについて考察しなさい。

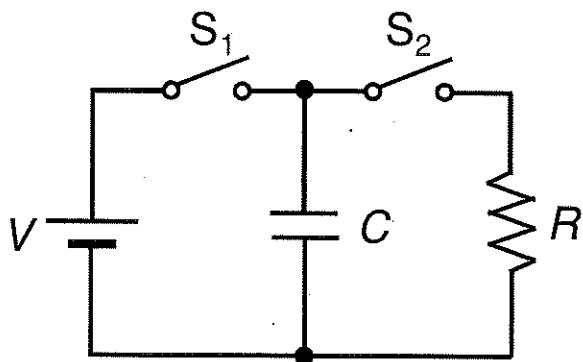


図1

電磁気学

問2 定常電流が作る磁場について以下の設間に答えなさい。

- (1) 半径 b の円形コイルに電流 i が流れているとき中心軸上の磁場が次式となることを示しなさい。ただし中心軸を Z 軸、 e_Z を Z 方向の単位ベクトルとする。

$$\mathbf{H}(0, 0, Z) = \frac{b^2 i}{2(Z^2 + b^2)^{3/2}} e_Z$$

- (2) 円柱座標系 (R, θ, Z) で、 $Z = 0$ の平面上に、原点を中心とした半径 a の薄い円板がある。この円板の表面が面電荷密度 $\sigma(R) = \sigma_0[1 - (R/a)^2]$ で帯電しているとき、以下の設間に答えなさい。

- (a) この円板が Z 軸の周りに一定の角速度 ω で回転しているとき、円板に流れる電流 I を答えなさい。
- (b) この回転円板の磁気モーメント m を答えなさい。
- (c) この回転円板が Z 軸上に作る磁場 $\mathbf{H}(0, 0, Z)$ を答えなさい。
- (d) 前小問 (c) で観測点が遠方の場合、すなわち $|Z| \gg a$ の磁場を、 $|\varepsilon| \ll 1$ に対する以下の近似式を利用して近似的に求めなさい。

$$(1 + \varepsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\varepsilon + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2!}\varepsilon^2 + \frac{\alpha(\alpha - 1)(\alpha - 2)}{3!}\varepsilon^3$$

電磁気学

問3 電磁誘導によって任意の閉曲線 C に発生する起電力 e と、 C と鎖交する磁束 Φ の時間変化との関係は、次のファラデーの法則で表される。

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (3-1)$$

以下の問い合わせに答えなさい。

- (1) 閉曲線 C がおかれた空間の磁束密度 B が時間変化すると、 C には次式で表される起電力 e_i が発生する。

$$e_i = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS \quad (3-2)$$

ただし、積分範囲 S は C を周辺とする面である。式(3-2)にストークスの定理を適用することで、マクスウェル方程式の電磁誘導に関する式

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3-3)$$

を導出しなさい。ただし、 E は電界である。

- (2) 次に、磁束密度 B が空間的に一様でない静磁界中を閉曲線 C が速度 v で運動する場合を考える。ただし、簡単のために閉曲線はその形状を保ったまま運動するとする。この時、電磁誘導により C に発生する誘導起電力 e_j は式(3-4)で表される。

$$e_j = \oint_C (v \times B) \cdot ds \quad (3-4)$$

式(3-4)は、時間 Δt の間の C の運動による鎖交磁束の変化 $\Delta\Phi$ を求めることにより、式(3-1)から導かれる。必要であれば以下のヒントを参考にして、式(3-1)から式(3-4)を導出しなさい。なお、式(3-4)は運動中に閉曲線 C の形状が変化する場合にも成立する。

ヒント1 C 上の線素 ds が Δt の間に掃く微小面積は、図2に示すように、 $\Delta S = v\Delta t \times ds$ である。

ヒント2 以下のベクトル公式を用いてよい。

$$A \cdot (B \times C) = B \cdot (C \times A) = C \cdot (A \times B)$$

$$A \times B = -B \times A$$

(次頁に続く)

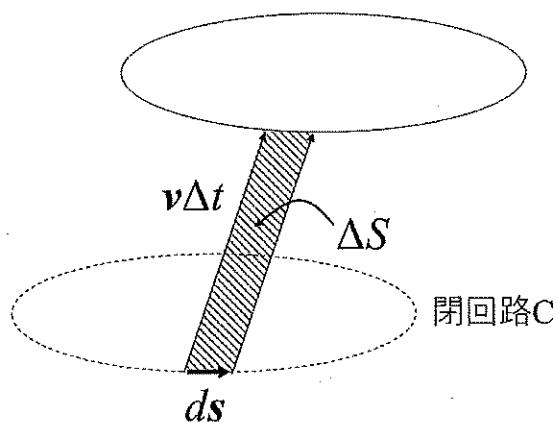


図2

- (3) 電磁誘導現象の一例として単極誘導がある。単極誘導とは、図3に示すように、磁束密度 B の磁界と直交する導体円板を中心軸の回りに一定の角速度 ω で回転させると、円板の回転中心軸と円周の間に起電力が発生する現象である。起電力を e_k とすると、その大きさは、中心からの距離が r の位置に Δr の部分を考えて、その部分に発生する起電力 Δe_k を求めたのち、それを円板の回転中心軸 ($r = 0$) から円周 ($r = a$) まで積分することで求めることができる。磁束密度 B が空間的に一様であるとき、 e_k を求めなさい。

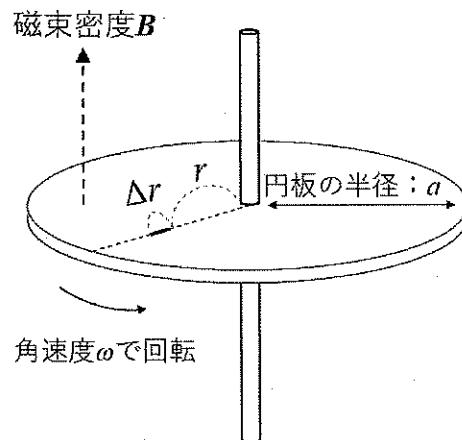


図3

科 目 名	材料科学
-------	------

問1 融点以下のある温度 T における液相から固相への凝固過程について考える。単位体積あたりの液相の自由エネルギーを $G_L = H_L - TS_L$ 、同じく固相の自由エネルギーを $G_S = H_S - TS_S$ とする。 $(H_L$: 液相のエンタルピー, H_S : 固相のエンタルピー, S_L : 液相のエントロピー, S_S : 固相のエントロピーである。)

(1) 単位体積あたりの自由エネルギー変化 $\Delta G_v = G_S - G_L$ は正負どちらの値となるかを示し、その理由を説明せよ。

(2) 凝固が開始し、半径 R の球状の核が一つ形成するとき、界面エネルギーの増分、体積自由エネルギーの減少分について、 ΔG_v および固液界面の単位面積あたりの界面エネルギー γ を用いて R の関数として記述し、図示しなさい。また、それらを使って系全体の自由エネルギー変化 ΔG を R の関数として記述し、図示しなさい。

(3) 形成した核が消滅せずに存在しうる最小サイズ R^* を求めなさい。

(4) 融点（凝固点） T_m では固相の自由エネルギー G_S と液相の自由エネルギー G_L が等しいことから凝固に伴う潜熱 $L (= -\Delta H = -(H_S - H_L) > 0)$ と融点 T_m とを使って融点における固相と液相のエントロピー差 $\Delta S = S_S - S_L$ を示しなさい。

(5) (4) で求めた ΔS および L は温度に依存しないと考えて、温度 T における ΔG_v を示しなさい。

(6) 以上の結果は凝固が始まるためには温度 T が融点より低くなくてはならないことを示している。この状態を何と呼ぶか答えなさい。また (1) から (5) で求めた結果を使い、その理由を説明しなさい。

問2 以下の設問（1）および（2）の両方に対して解答しなさい。

（1）ある金属の完全結晶試料（試料A）と完全結晶ではない試料（試料B）について以下の間に答えなさい。

（1－1）試料Aと試料Bに対して引張試験を行った場合に、試験結果において考えられる相違点ならびにそのように考えた理由を説明しなさい。

（1－2）試料Aおよび試料Bを、高温の炭化水素系のガス中に所定時間置き、炭素原子を結晶内に拡散させたところ、試料B中の炭素の拡散係数は、試料A中の炭素の拡散係数より大きな値となった。また、試料B中の炭素の拡散の活性化エネルギーも、試料A中の値とは異なった。この理由を説明しなさい。

（1－3）炭素を拡散させた試料Bにおいて、試料表面と中心部では機械的な強度に差が生じた。この理由を説明しなさい。

（1－4）試料Aと試料Bを密着させて、高温で長時間維持したあとに、引張試験および炭素の拡散試験を行ったところ、高温で維持する前に比べて両試料間の差は小さくなつた。これについて考えられる原因を説明しなさい。

（2）金属および真性半導体の2つの試料を用意して、温度を変えてそれぞれの試料の電気抵抗を測定した。以下の間に答えなさい。

（2－1）金属の電気抵抗は試料の温度が上がるとともに増加した。この原因について、以下のリストから選んだ用語（複数）を用いて説明しなさい。但し、全て使う必要はない。

（用語リスト：フェルミ準位、空乏層、熱振動、自由電子、正孔、価電子帯、金属結晶、共有結合、伝導帯、原子、励起、バンドギャップ、相変態）

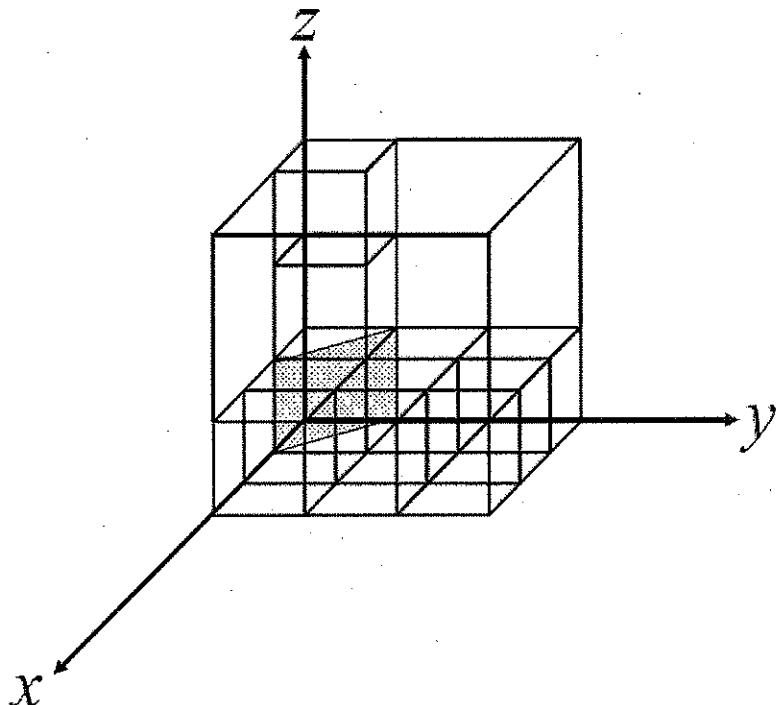
（2－2）真性半導体の電気抵抗は、試料の温度が上がるとともに減少した。この原因について、以下のリストから選んだ用語（複数）を用いて説明しなさい。但し、全て使う必要はない。

（用語リスト：空乏層、熱振動、電子、正孔、価電子帯、金属結晶、共有結合、伝導帯、原子、励起、バンドギャップ、相変態）

（2－3）真性半導体の温度を室温から0K（絶対零度）近くまで下げた。このときの電気抵抗はどのように変化するか。この時のエネルギー・バンド構造の模式図を図示して、以下のリストから選んだ用語（複数）を用いて説明しなさい。但し、全て使う必要はない。

（用語リスト：空乏層、フェルミ準位、熱振動、電子、価電子帯、金属結晶、共有結合、伝導帯、原子、励起、バンドギャップ、相変態）

問3 下図は、 x , y , z のそれぞれの軸が直行する 3 次元空間に各片の長さが 1 の単純立方格子を、原点に接するよう $3 \times 3 \times 3$ 個並べたモデル結晶である。 z 軸方向は、1 段目を除き、2 段目、3 段目は便宜上 1 個の単純立方格子のみ図示している。以下の問い合わせに答えなさい。



- (1) ある面の x , y , z 軸の切片の座標がそれぞれ $(3, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 2)$ の時、その面のミラー指数を答えなさい。
- (2) (1) の面と直行する方向のミラー指数を答えなさい。
- (3) 原点と接する単純立方格子内のドットパターンの面のミラー指数を答えなさい。
- (4) (3) の面と直行する (3) の単純立方格子内の面を 2 つ答えなさい。但し、等価の面は除く。
- (5) (3) の面の面間隔を計算過程と共に答えなさい。
- (6) 単純立方格子を構成する原子以外の原子を固溶させた場合、どの様な固溶の形態があるか簡潔に答えなさい。
- (7) 単純立方格子を構成する原子より固溶原子のサイズが大きい場合と小さい場合に分けて格子内にどの様な変化が生じるか簡潔に答えなさい。

科 目 名	原子物理・原子炉工学
-------	------------

問1 均質な媒質からなる一次元平板の原子炉を考え、この原子炉における中性子の挙動がエネルギー1群の中性子拡散方程式により記述されるものとする。なお、この媒質の巨視的中性子吸収断面積を Σ_a 、巨視的核分裂断面積を Σ_f 、核分裂あたりの平均中性子発生数を v 、拡散係数を D とし、位置 x における中性子束を $\phi(x)$ とする。以下の問い合わせに答えなさい。

- (1) $x = 0$ に外部境界が存在し、 $x > 0$ において無限に拡がる原子炉を考え、かつ $\Sigma_a > v\Sigma_f$ とする。この未臨界原子炉に対して $x = 0$ の外部境界面から中性子流 J を定常に流入させたとき、この原子炉における $\phi(x)$ は以下の式(1)を満足する。

$$-D \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \Sigma_a \phi(x) = v\Sigma_f \phi(x) \quad (1)$$

また、境界条件として以下の式(2)、(3)が与えられる。

$$\left. -D \frac{d\phi(x)}{dx} \right|_{x=0} = J \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi(x) = 0 \quad (3)$$

このときの $\phi(x)$ を求めなさい。なお、 $\kappa^2 = (\Sigma_a - v\Sigma_f)/D$ を用いるものとする。また、この原子炉において、中性子束が半分に減衰するのに要する平均距離を求めなさい。

- (2) 厚さが A の有限の原子炉を考え、原子炉の両端で中性子束がゼロとなる境界条件を課すものとする。 $\Sigma_a > v\Sigma_f$ とした未臨界原子炉に対して、強度 Q の中性子源を空間に一様に導入したとき、この原子炉における $\phi(x)$ は以下の式を満足する。

$$-D \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \Sigma_a \phi(x) = v\Sigma_f \phi(x) + Q \quad (4)$$

この微分方程式の一般解を求めたのち、境界条件を用いて $\phi(x)$ を求めなさい。なお、 $\kappa^2 = (\Sigma_a - v\Sigma_f)/D$ を用いるものとし、原子炉の中心位置を $x = 0$ とする。また、この原子炉において $\Sigma_a \rightarrow \infty$ としたときの中性子束分布のピーキング係数（最大値と平均値の比）を答えなさい。

- (3) (2) の原子炉に対して、未臨界を保ったまま $v\Sigma_f$ を大きくし、 $v\Sigma_f = \Sigma_a$ になったとする。このときの $\phi(x)$ を求めなさい。なお、中性子源が導入されたままであることに注意しなさい。また、この原子炉における中性子束分布のピーキング係数を求めなさい。

- (4) (3) の原子炉に対して、さらに $v\Sigma_f$ を大きくし、かつ中性子源を除去し、臨界定常状態となつたものとする。このときの $\phi(x)$ が従う微分方程式を示し、その一般解を求めなさい。なお、 $B^2 = (v\Sigma_f - \Sigma_a)/D$ を用いるものとする。また、原子炉において中性子束が負の値をとらない条件と境界条件を用いて、 B^2 と厚さ A の関係式を導出しなさい。

- 問2 下の図は、主流速度 u_s 、主流温度 T_s の流体が、一様温度 T_w に加熱された平板上を定常の層流で流れの場合に形成される温度場の様子を示している。以下の問い合わせに答えなさい。ただし、流体の熱伝導率を k 、熱拡散率を α 、動粘性係数を ν とする。

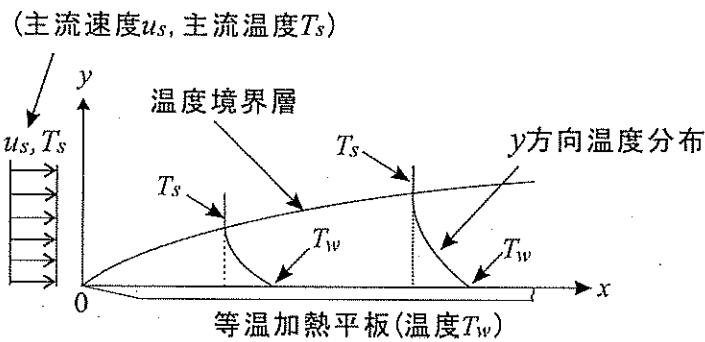


図 等温加熱平板上に形成される温度場

- (1) 位置座標 x における局所熱伝達率 h_x は、式(1)で無次元表示される。

$$Nu_x = F(Re_x, Pr) \quad (1)$$

ただし、 Nu_x 、 Re_x 、 Pr は局所ヌッセルト数、レイノルズ数、プラントル数であり、 $F(\)$ は()内の変数から成る関数を表す。

式(1)に含まれる 3 つの無次元数 Nu_x 、 Re_x 、 Pr の定義式を書きなさい。

- (2) 式(1)の無次元数に含まれる熱伝導率 k 、熱拡散率 α 、動粘性係数 ν 、局所熱伝達率 h_x の単位を書きなさい。

- (3) y 方向温度分布の壁面($y=0$)での勾配は、式(2)で良く近似できる。

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0.332(T_s - T_w) \cdot \sqrt{\frac{u_s}{\nu \cdot x}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

式(2)が成立するとして、位置座標 x における局所熱伝達率 h_x を与える式を書きなさい。

- (4) $x = \ell$ における局所熱伝達率 h_ℓ と、平板前縁($x = 0$)から位置座標 $x = \ell$ までの平均熱伝達率 h_m の間に成り立つ関係を求めなさい。

- (5) (3) で求めた局所熱伝達率 h_x の結果を利用して、式(1)の具体的な関数形を求めなさい。

- (6) 図には示していないが、平板上には速度境界層も形成される。 $Pr < 1$ 、 $Pr = 1$ 、 $1 < Pr$ のそれぞれの場合について、速度境界層と温度境界層がどのような関係になるかを、図を用いて示しなさい。ただし速度境界層、温度境界層はともに平板前縁($x = 0$)から同時に発達するものとする。

問3 以下の小間に答えなさい。

(1) 以下の文章の①～⑩に入る言葉を答えなさい。

高速で移動する荷電粒子が① [] 運動を受けた際に電磁波を発生する現象を② [] 放射と呼ぶ。一般的な③ [] 施設ではほぼ光速で移動する④ [] を磁石により進行方向を変え、その際発生する電磁波を使用する。1947年に加速器の一種である⑤ [] で観測されたことから⑥ [] 放射とも呼ばれる。

さらに進化した方式としてアンジェレータと呼ばれる周期的な磁場のなかで⑦ [] を蛇行させ、蛇行の都度発生する電磁波と干渉させ極めて明るい特定の波長の光を得るFELも実用化されている。

X線には⑧ [] 放射の他、原子を構成する⑨ [] のエネルギー準位の⑩ [] にともない放出される⑪ [] X線もある。一方、⑫ [] やβ壊変に伴い放出されるγ線は⑬ [] のエネルギー準位の⑭ [] によって放出される。

(2) X線発生装置同様に重金属に対して高エネルギーの荷電粒子を入射させ中性子を発生させる方法がある。これについて150文字程度で説明しなさい。なお、文中で「結合エネルギー」、「核子」、「光核反応」を使い、それらの語に下線を引くこと。

(3) (2) の方法により鉛ターゲットの中で中性子を発生させた。発生した2MeVの中性子が厚さ5.00cmの鉛を透過する場合、相互作用を起こさずに鉛の外に出てくる割合を有効数字3桁で求めなさい。ただし、鉛の質量数を207、2MeVの中性子に対するミクロ断面積を $3.50 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ 、鉛の密度を 11.34 g/cm^3 とする。

(4) 加速器を使用した他の中性子発生方法として、次の核反応がある。



上記核反応のQ値を計算しなさい。 ^7Li , ^7Be , 陽子, 中性子の静止質量はそれぞれ、7.0160046 u, 7.0169298 u, 1.0072765 u, 1.0086649 uとする。また1uの静止質量は931.5 MeVである。Q値は有効数字3桁で求めなさい。なおuは統一原子質量単位を表す。

(5) (4)の反応により発生した ^7Be の放射能を測定したところ0.100 TBqであった。この時の ^7Be の質量を有効数字3桁で計算しなさい。 ^7Be の半減期は53.22日である。