2021年4月入学・2020年10月入学
北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻，人間機械システムデザイン専攻，
エネルギー環境システム専攻，量子理工学専攻

応用量子科学系研究室群

専門科目試験問題

応用数学

試験期日：2020年8月25日（火）
時　　間：９：００～１２：００

全４問の全てに解答せよ．答案用紙は問ごとに別の用紙を使用し，それぞれに問の番号を明記せよ．また，ホッチキスをはずさずに提出すること．

注　意　事　項

１．　試験開始の合図があるまで，この問題の中を見てはいけません．
２．　携帯電話，スマートフォン，PHS，時計のアラームは使用を禁止するので電源を切り，身につけないこと．
３．　受験中，机上には，受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができない．
４．　答案用紙，草案紙上欄に科目名，受験番号を記入し，問題用紙に受験番号を記入しなさい．
５．　答案用紙は裏面を用いても良い．ただし「裏面に続く」と明記すること．
６．　問題用紙の印刷不鮮明，答案用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい．
７．　問題用紙の余白等は利用してもよいが，切り離してはいけません．
８．　試験終了後，問題用紙，答案用紙，草案紙は全て提出のこと．

受験番号	

科 目 名	応用数学

問１　微分方程式について以下の設問に答えなさい．

(1)　以下の微分方程式の一般解を求めなさい．ただし，$y = y(x)$ であり，$y', y'', y^{(4)}$ はそれぞれ１階，２階，４階の導関数とする．

(1-1)　$2xyy' + x^2 - y^2 = 0$

(1-2)　$y' - y = e^{2x}$

(1-3)　$xy' \cos y = 2x - \sin y$

(1-4)　$y^{(4)} - 3y'' - 4y = 0$

(1-5)　$y'' + 4y' + 3y = 3x^2$

(1-6)　$y'' + 4y' + 3y = 10 \cos x$

(1-7)　$y'' + 4y' + 3y = 3x^2 + 10 \cos x$

(2)　曲線群の方程式

$$x^2 + y^2 - 2 \ln |y| = C \quad (y \neq 0)$$

を満足する実数解 (x, y) が xy 平面上で与えられるとき，任意定数 C を消去して，曲線群の１階の微分方程式を導きなさい．また，この曲線群と直交する曲線群の方程式を導きなさい．

(次頁に続く)

問2 以下のベクトル解析に関する設問に答えなさい．ただし各設問において $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ はデカルト座標系 (x, y, z) における x, y, z の各方向の単位ベクトルとする．

(1) ある曲線 $\boldsymbol{r}$ が成分表示で $\boldsymbol{r} = (t, t, t^2)$ と与えられている．$\boldsymbol{r}$ 上の $t = 1$ の点Pにおける接線と，点Pと異なる $\boldsymbol{r}$ 上の点Qにおける接線が，垂直になるような点Qを求めなさい．

(2) 曲面 $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ の点 $(1, 0, 2)$ における単位法線ベクトルを z 成分が正となるようにして求めなさい．

(3) 位置ベクトルが $\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$, $r = |\boldsymbol{r}|$ で与えられるとき，以下の式を導きなさい．

$$\nabla \log r = \frac{\boldsymbol{r}}{r^2} \qquad (r \neq 0)$$

(4) $z = 0$ および $z = h$ を底面とし，z 軸を中心軸とする半径 a の円筒の側面における，スカラー場 $f = (x^2 + y^2)z$ の面積分を求めなさい．

(5) ベクトル場 $\boldsymbol{A}$ を $\boldsymbol{A} = 2x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$ とし，面 S を $x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ とするとき，$\int \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{n} dS$ を求めなさい．ただし，$\boldsymbol{n}$ は x 成分が正となる S の単位法線ベクトルとする．

(6) ベクトル場 $\boldsymbol{A}$ を $\boldsymbol{A} = 4xz\boldsymbol{i} - y^2\boldsymbol{j} + yz\boldsymbol{k}$ とし，閉じた面 S を $\boldsymbol{r} = s_x\boldsymbol{i} + s_y\boldsymbol{j} + s_z\boldsymbol{k}$ $(s_x, s_y, s_z \in \{0, 1\})$ の8点を頂点とする立方体表面とするとき，$\int_S \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{n}\, dS$ を求めなさい．ただし，$\boldsymbol{n}$ は立方体表面の外向き単位法線ベクトルとする．

(次頁に続く)

問3 以下の設問に答えなさい．ここで，zは複素数であり，iを虚数単位とする．

(1) 複素数 $z = x + yi$ で $x = y$ の関係にあるとき，複素関数 $w = z^2 + 1$ により変換される w 平面上の図形を示しなさい．

(2) 以下の実関数 u, v により 複素関数 f を $f(x + yi) = u(x, y) + v(x, y)\,i$ と与えるとき，正則かどうかについて述べなさい．

$$u(x, y) = xy, \quad v(x, y) = \frac{y^2 - x^2}{2}$$

(3) 次の積分を求めなさい．

(3-1) $\displaystyle\int_C \frac{z^2 + 3z + 1}{z(z-1)}\,dz, \quad C : |z| = 2$

(3-2) $\displaystyle\int_C \frac{z - 3}{z(z-2)(z-4)}\,dz, \quad C : |z - 4\,i| = 6$

(4) 次の関数 $f(z)$ を $z = 0$ の周りでローラン展開しなさい．

(4-1) $\displaystyle f(z) = \frac{1}{z+2}$

(4-2) $\displaystyle f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$

(5) 次の実関数の積分を求めなさい．

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + x^2}\,dx$$

(次頁に続く)

問4　以下の設問に答えなさい．

(1)　次の関数 $f(x)$ をフーリエ級数で表しなさい．

$$f(x) = x \qquad (-\pi \leq x \leq \pi)$$

(2)　偏微分方程式 $\dfrac{\partial U}{\partial t} = C^2 \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ を

境界条件　$U(0,t) = U(L,t) = 0 \quad (t \geq 0)$,

初期条件　$U(x,0) = g(x)$

のもとでフーリエ級数を利用して解きなさい．

(3)　範囲 $t \geq 0$ において定義される $f(t)$ が区分的に連続であり，かつ，次の積分が有限であるとき，この積分は $f(t)$ のラプラス変換と呼ばれる．

$$F(s) = \mathcal{L}\left[f(t)\right] = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt \qquad (s：\text{複素数}) \qquad \text{(A)}$$

(3-1) 次の関数のラプラス変換を求めなさい．解答に計算過程も記述すること．

(3-1-1)　$f(t) = e^{at}$　　$(a：\text{実数})$

(3-1-2)　$f(t) = t$

(3-1-3)　$f(t) = \delta(t)$　　($\delta(t)$：ディラックのデルタ関数)

(3-1-4)　$f(t) = \sin \omega t$　　$(\omega：\text{実数})$

(3-1-5)　$f(t) = \cos \omega t$　　$(\omega：\text{実数})$

(3-2) ラプラス変換の定義を (A) 式とするとき，次の関係を証明しなさい．

(3-2-1)　$\mathcal{L}\left[e^{-at}f(t)\right] = F(s+a)$

(3-2-2)　$\mathcal{L}\left[\dfrac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0)$

(3-3) 次のラプラス逆変換を求めなさい．必要に応じ，(3-1), (3-2) の結果を用いてよい．

(3-3-1)　$F(s) = \dfrac{s+2}{(s+1)^2}$

(3-3-2)　$F(s) = \dfrac{s+b}{s^2+a^2}$　　$(a, b：\text{実数})$

2021年4月入学・2020年10月入学
北海道大学大学院工学院修士課程

機械宇宙工学専攻，人間機械システムデザイン専攻，
エネルギー環境システム専攻，量子理工学専攻

応用量子科学系研究室群

専門科目試験問題

電磁気学，材料科学，原子物理・原子炉工学

試験期日：2020年8月25日（火）
時　間：１３：３０～１６：３０

電磁気学，材料科学，原子物理・原子炉工学の３科目各３問，計９問から３問を選択し，それぞれ別の答案用紙に解答せよ．
なお，各問は別の答案用紙に解答し，科目名と問の番号を明記せよ．
ホッチキスをはずさずに提出すること．

注　意　事　項

1．試験開始の合図があるまで，この問題の中を見てはいけません．
2．携帯電話，スマートフォン，PHS，時計のアラームは使用を禁止するので電源を切り，身につけないこと．
3．受験中，机上には，受験票，鉛筆（黒），シャープペンシル（黒），消しゴム，鉛筆削り，眼鏡，計時機能だけの時計および電卓以外は置くことができない．
4．答案用紙，草案紙上欄に科目名，受験番号を記入し，問題用紙に受験番号を記入しなさい．
5．答案用紙は裏面を用いても良い．ただし「裏面に続く」と明記すること．
6．問題用紙の印刷不鮮明，答案用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせなさい．
7．問題用紙の余白等は利用してもよいが，切り離してはいけません．
8．試験終了後，問題用紙，答案用紙，草案紙は全て提出のこと．

受験番号	

科　目　名	電　磁　気　学

問１　以下の問いに答えなさい．

(1) 誘電率が ε_0 である真空中のデカルト座標系 (x, y, z) の原点に電荷 q の点電荷 Q1 がある．このとき，以下の問いに答えなさい．

(a) 無限遠方から $(x, y, z) = (2s, 0, 0)$ に電荷 q の点電荷 Q2 を移動させるために必要な仕事を求めなさい．このとき，Q1 は原点から動かないものとする．

(b) Q2 を $(x, y, z) = (2s, 0, 0)$ に移動させた後，$(x, y, z) = (s, b, 0)$ に電荷 $-q$，質量 m の点電荷 Q3 を置いた．ただし $s \gg b$ である．その後，Q3 を自由に運動させると，y 軸方向に単振動した．Q3 の y 軸方向の運動方程式を示しなさい．なお，Q3 が単振動しても，Q1 および Q2 は動かないものとする．

(c) Q3 の振動周波数を求めなさい．なお，単振動での加速度 a と振動角周波数 ω の関係は $a = -\omega^2 y$ である．

(2) 半径が a で一様な電荷密度 ρ を持つ帯電球を考える．帯電球の中心は 3 次元極座標系 (r, θ, φ) の原点にあるとする．また，帯電球内の誘電率は ε，帯電球外の誘電率は ε_0 とする．このとき，以下の問いに答えなさい．

(a) 帯電球内外の電界分布を求めなさい．

(b) 帯電球内外の電位分布を求めなさい．電位の基準は無限遠方とする．

(c) 電界分布および電位分布の様子をグラフで示しなさい．

問２　線電流 I に対する Biot-Savart の法則が次式の線積分で与えられるとき，以下の設問に答えなさい．

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = \frac{I}{4\pi}\int_C \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\ell}' \times (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3}$$

(1) 式中の物理変数の名称および単位を答え，ここで選択すべき積分路 C を説明しなさい．

(2) 線電流 I が半径 a の円形コイルに流れている場合，円の中心軸上の磁場を求めなさい．ただし，コイルは原点に中心があり，デカルト座標系 (x, y, z) で $z = 0$ の $x - y$ 平面上に置かれているとする．

(3) 線電荷密度 σ で一様に帯電した円形コイルを z 軸の周りに一定の角速度 ω で回転させることにより (2) の線電流 I を発生させるとき，σ を求めなさい。

(4) (2) で，コイル中心が $z = 0$ ではなく，$z = \pm L$ の二か所にある場合，z 軸上の磁場を答えなさい．

(5) (4) で，$z = 0$ 近傍の磁場をできるだけ一様にするために必要な z 軸上のコイル位置 L を求め，そのときの原点付近の磁場を答えなさい．なお，必要があれば，$|\varepsilon| \ll 1$ に対する以下の近似式を利用しなさい．

$$(1+\varepsilon)^\alpha \simeq 1 + \alpha\varepsilon + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}\varepsilon^2$$

問3　マックスウエルの方程式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho \tag{1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{2}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{3}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{4}$$

に基づいて以下の問いに答えなさい．ただし，$\boldsymbol{D}$ は電束密度，$\boldsymbol{B}$ は磁束密度，$\boldsymbol{J}$ は電流密度，$\boldsymbol{E}$ は電界，$\boldsymbol{H}$ は磁界であり，ε および μ をそれぞれ誘電率および透磁率として $\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$ および $\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$ の関係がある．また，ρ は体積電荷密度である．

(1) マックスウエルの方程式に基づいて，電荷保存則

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{J} = 0 \tag{5}$$

を導出しなさい．ただし，任意のベクトル $\boldsymbol{K}$ に関して $\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{K}) = 0$ であることを利用して良い．

(2) 図1に示すように，3本の導線が一つの節点で連結されており，導線1，導線2，および，導線3にそれぞれ I_1，I_2，および，I_3 の定常 (直流) 電流が流れている．電流の向きは，I_1 および I_2 が節点に流入する向きで，I_3 が節点から流出する向きとする．電荷保存則に基づき，キルヒホッフの電流則

$$I_1 + I_2 = I_3 \tag{6}$$

を導出しなさい．
ヒント：節点を取り囲む表面が S で体積が V の領域を考え，電荷保存則を V において体積積分しなさい．

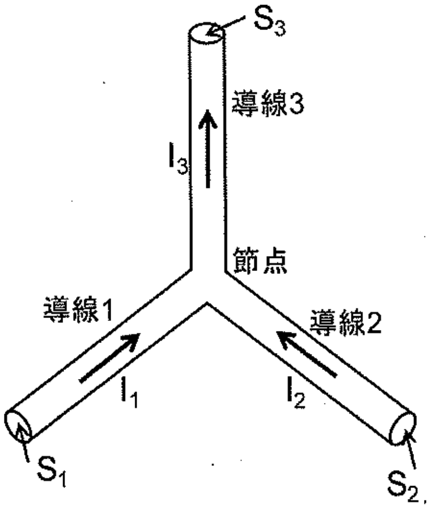


図1

(次頁につづく)

(3) 図2に示すコイルの端子aから端子bに向かって時間的に増加する電流を流すとき，電流の時間微分に比例 (比例定数 L) する大きさの電圧が端子bから端子aの向きに生じる．その理由をマックスウエルの方程式に基づいて定性的に説明しなさい．ただし，考えている時間変化において式 (4) の右辺第2項は第1項に比べて無視できるものとする．

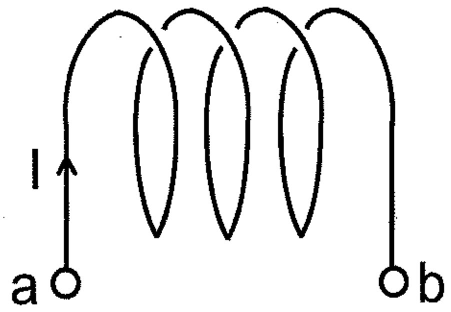


図2

(4) 両端電圧が V の直流電圧源，抵抗 R，および，(3) で考えたコイルを用い，図3の回路を作った．ただし，(3) における電流の時間微分と電圧との間の比例定数 L をこのコイルの自己インダクタンスと呼ぶ．また，図3に矢印で示した向きを電流 i の正の向きとし，電位の基準を図3の点bとする．

(a) 時刻 $t=0$ においてスイッチ S_1 を閉じた．$t \geq 0$ においてコイルに流れる電流 i の時間変化を求め，図示しなさい．また，点aの電位の時間変化を求め，図示しなさい．

(b) スイッチ S_1 を閉じてから十分に長い時間が経過した時刻 $t=T$ において，スイッチ S_1 を開くと同時にスイッチ S_2 を閉じた．$t \geq T$ においてコイルに流れる電流 i の時間変化を求め，図示しなさい．また，点aの電位の時間変化を求め，図示しなさい．

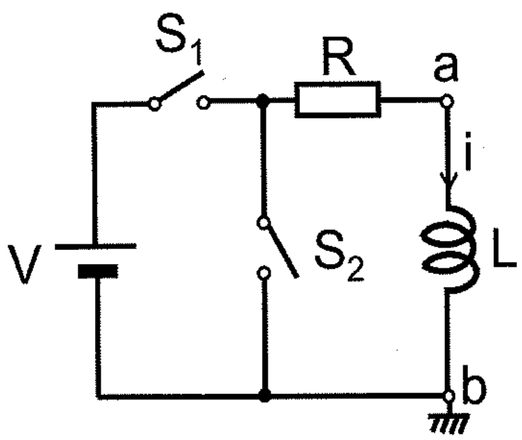
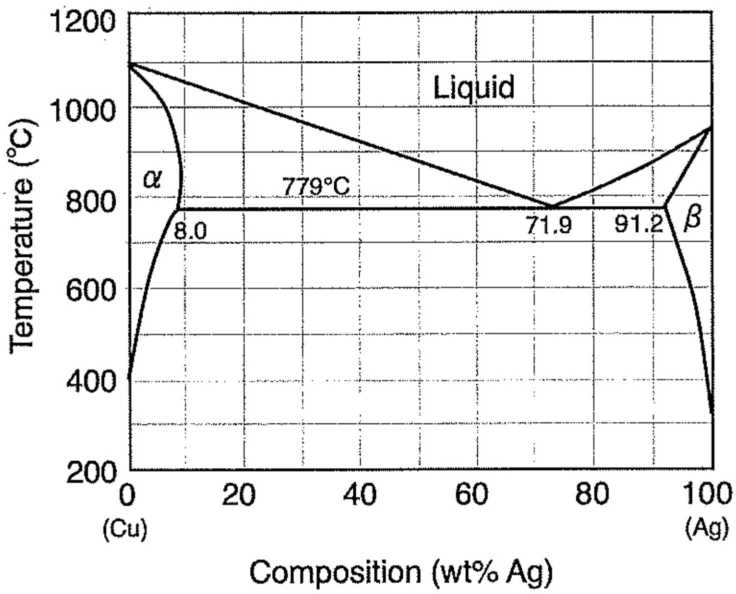


図3

科　目　名	材料科学

問１　右の状態図をもとに，以下の（１）～（５）の問いに答えなさい．



（１）Ag の含有量が 71.9wt%の合金の温度 779℃における特徴的な点の名称を答えなさい．また，この点ではどのような相が共存しているか答えなさい．

（２）組成分布が不均一で，平均組成が５wt%Ag である合金を 800℃に加熱して，十分な時間保持した後の合金組織はどのようになっているか答えなさい．

（３）800℃から 200℃まで（２）の組成の合金をゆっくりと冷却した．このとき，β相の析出が開始する温度を答えなさい．また，200℃でのα相とβ相の量比を答えなさい．

（４）800℃から急冷したところ，室温ではα相単相となった．この理由を拡散の視点から説明しなさい．その後，この合金を 400℃まで加熱し，β相を平衡量に達するまで析出させた．このとき（３）で得られた組織より細かい組織が得られた．この理由についても同様に説明しなさい．

（５）（４）で得られた急冷組織におけるβ相の平均粒子直径は 20 nm であり，（３）で得られた徐冷組織のβ相平均粒子直径は 200 nm であった．このときの両組織におけるβ相粒子の個数（数密度）の比を求めなさい．なお，400℃以下ではα相中の Ag 固溶量およびβ相中の Cu 固溶量ともにゼロとして良い．

問２　パラジウム（Pd）の結晶格子は図１に示した面心立方格子である．パラジウム結晶を水素ガスに晒すと，表面で水素ガスの水素-水素結合が切断され，生成した水素原子が表面に吸着する（解離吸着とよばれる）．水素原子は小さいため，結晶内部に侵入し，パラジウム原子６個で囲まれた空間（八面体間隙）に取り込まれる（図２）．この現象を水素吸蔵と呼び，燃料電池において，燃料としての水素ガスを安全な固体として貯蔵・運搬する手段として，現在検討がなされている．気体定数を $R=8.3\times10^{3}\,\mathrm{Pa\cdot L\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}=8.3\,\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}}$ とし，水素ガスは理想気体として振る舞うものとして，以下の（１）～（６）の問いに答えなさい．

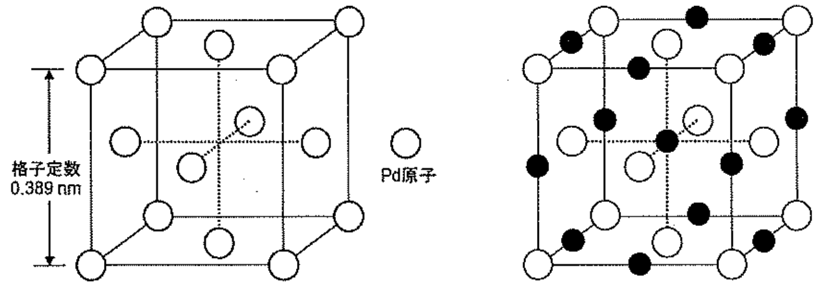


図1 パラジウム結晶の単位格子

図2 パラジウム結晶格子内の八面体間隙（黒丸）

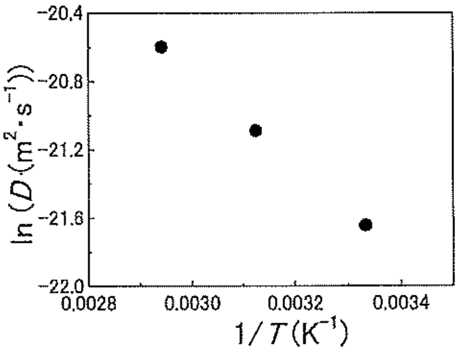
（１）図１において，パラジウム原子の充填率（%）を有効数字２桁で答えなさい．

（２）図２において，すべての八面体間隙に水素原子が取り込まれた場合，パラジウム １原子あたり何個の水素原子が取り込まれたことになるか答えなさい．

（３）水素吸蔵前後でＸ線回折測定（Ｘ線波長：0.1542 nm）を行ったところ，（111）面から生じるブラッグピークの回折角θは，20.05°から 19.23°に変化した．結晶の格子定数は（111）面間距離に比例することを示すとともに，格子定数が水素吸蔵により何％増加または減少したかを，有効数字２桁で答えなさい．但し，$\sin(20.05°)=0.343$，$\sin(19.23°)=0.329$とする．

（４）（３）において，パラジウム 10.6 g に対して，300 K，１気圧（1.0×10^{5} Pa）の水素ガス 0.84 L が取り込まれていた．水素原子で占められている八面体間隙の割合は何％か，有効数字 ２ 桁で答えなさい．なお，吸蔵した水素ガスの物質量は理想気体の状態方程式を用いて算出しなさい．また，パラジウムの原子量は 106 とする．

（５）水素原子のパラジウム結晶内での拡散係数D（$\mathrm{m^2\cdot s^{-1}}$）を，温度を変えて測定し（T=300 K，320 K，340 K），Dの自然対数 $\ln D$を温度の逆数に対してプロットしたところ，右図のグラフが得られた．３点を結ぶ直線を引いたところ，傾きは-2.67×10^{3} となった．拡散の活性化エネルギーE（$\mathrm{kJ\cdot mol^{-1}}$）を有効数字２桁で答えなさい．



（６）同じ重量のパラジウムを使って水素を吸蔵させる場合に，金属塊のようなバルク材料に比べて，ナノメートルサイズの粒子材料（ナノ粒子材料）は，水素吸蔵に関していくつかの利点がある．考えられる利点を，単位重量当たりの表面積（比表面積）と材料サイズを比較し，水素吸蔵速度の観点から 120 字以内で記しなさい．ただし，句読点も文字数に含める．

材料科学

問3

（1）金属結晶について以下の（1－1）～（1－4）の問いに答えなさい．

（1－1）格子欠陥や不純物のない金属の完全結晶に対して，線状の格子欠陥を有する結晶は一般に塑性変形を起こしやすい．この線状の格子欠陥の名称を答えなさい．また，塑性変形を起こしやすい理由を説明しなさい．

（1－2）金属結晶に高速中性子（比較的高い運動エネルギーを持つ中性子）を照射したところ，金属原子の一部が格子点から離れ，格子間に移動した．このような、空格子点と格子間原子の対からなる欠陥を何と呼ぶか．名称を答えなさい．

（1－3）（1－2）で述べた欠陥が、線状の格子欠陥を有する金属結晶に多数生じた時に，その金属材料の機械的特性はどのように変化すると考えられるか．以下の用語をすべて使って，その理由とともに説明しなさい．　用語：脆性，延性，降伏応力，硬化

（1－4）Al 原子に中性子を照射すると，^{27}Al（n，γ）^{28}Al の反応が起こり，さらに，反応生成物である ^{28}Al がベータマイナス壊変を起こして ^{28}Si となる反応が知られている．Al 材料が中性子照射を受けた場合に，この反応によって生じた Si が Al 材料の機械的特性に及ぼす影響について，説明しなさい．

（2）pn 接合型半導体を用いた放射線検出器について以下の（2－1）～（2－4）の問いに答えなさい．

（2－1）p 型半導体のバンド構造を図示せず、150 字程度で記しなさい．

（2－2）p 型と n 型半導体を接合させて，逆バイアス（n 型に正電圧，p 型に負電圧）をかけると，接合面近傍のキャリアーの分布はどのようになるか説明しなさい．

（2－3）（2－2）の状態で接合面近傍に入射した放射線が電子を励起させた場合，この pn 接合型半導体で放射線を検出できた．この時の検出機構について，以下の用語をすべて用いて説明しなさい．　用語：伝導帯，価電子帯，バンドギャップ，正孔，電子，励起，電流，空乏層

（2－4）バンドギャップの幅が小さいゲルマニウム半導体検出器は，放射線計測時に液体窒素による冷却が必要である．この理由について，電子のエネルギー準位の温度依存性の観点から説明しなさい．

科　目　名	原子物理・原子炉工学

問1　以下の問いに答えなさい．

（1）速度$\vec{v}_1$で運動する質量m_1の中性子と，静止している質量m_2の原子核との弾性衝突を考える．衝突後の中性子及び原子核の速度ベクトルを$\vec{v}_1'$，$\vec{v}_2'$とし，$\vec{v}_1$と$\vec{v}_1'$のなす角をθ_1，$\vec{v}_1$と$\vec{v}_2'$のなす角をθ_2とする．

（1－1）衝突前後でのエネルギーと運動量の保存を示す式を示しなさい．なお，運動量については，$\vec{v}_1$に平行な成分と垂直な成分とに分けて記述しなさい．

（1－2）この系の重心の速度ベクトル$\vec{v}_{CM}$は$\vec{v}_{CM}=\frac{m_1\vec{v}_1}{m_1+m_2}$と与えられる．この式を導出しなさい．

（1－3）重心系におけるこの系の衝突前の運動量の総和を答えなさい．なお，重心系では重心位置を原点とする座標系で考えるので，各々の速度ベクトルは重心速度に対する相対速度となる．

（1－4）中性子の重心系での衝突前後の速度を$\vec{V}_1$，$\vec{V}_1'$としたとき，$|\vec{V}_1|$と$|\vec{V}_1'|$の間に成り立つ関係式を導出しなさい．なお，中性子と原子核との弾性衝突では衝突前後で重心位置が変わらず，また，重心系においても衝突前後で運動量とエネルギーは保存される．

（1－5）軽水炉において，中性子と軽水素との弾性衝突が果たす役割について述べなさい．

（2）反射体領域が無く，炉心材料組成が一様な，半径がR[cm]の球形原子炉を考える．以下の式(1)は，原子炉内の中性子束分布ϕを球中心からの距離をrとする一次元球座標系で表した，中性子エネルギー1群近似の中性子拡散方程式である．式(1)において，kは実効中性子増倍率を，D [cm]は拡散係数を，Σ_a [1/cm]は巨視的中性子吸収断面積を，νは核分裂当たりに放出される平均中性子数を，Σ_f [1/cm]は巨視的核分裂断面積を示す．

$$-D\left(\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi(r)}{dr}\right)\right)+\Sigma_a\phi(r)=\frac{\nu\Sigma_f}{k}\phi(r) \qquad (1)$$

式(1)は以下のように変形することが出来る．

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi(r)}{dr}\right)+B^2\phi(r)=0 \qquad (2)$$

（2－1）式(2)に対して，$\phi(r)=\psi(r)/r$を代入し，$\psi(r)$が従う微分方程式を導出しなさい．また，その微分方程式を解き，式(2)を満足する$\phi(r)$の一般解を求めなさい．なお，$B^2>0$であることに留意しなさい．

（2－2）原子炉内のいかなる位置においても中性子束は非負の有限の値をとること，原子炉の外端で中性子束がゼロとなることを用いて，B^2が満足すべき式を示しなさい．なお，$\lim_{x\to 0}\sin ax=ax$が成り立つことに留意しなさい．

（2－3）この原子炉の中性子束について，体積平均値に対する最大値の比を求めなさい．

問 2

図 1 のように，密着させた 2 枚の板を介して，高温流体と低温流体が熱交換をしている．ただし 2 枚の板は同じ材質で，熱伝導率は $k = 20$ W/(m·K)，2 枚の板を合わせた厚さ $\delta_1 + \delta_2 = 10$ mm である．板表面での熱伝達率を高温流体側で h_1=1000 W/(m²·K)，低温流体側で h_2=2000 W/(m²·K)，高温流体の温度 T_h=90℃，低温流体の温度 T_c=40℃，とするとき，以下の問いに答えなさい．

ただし，（1）～（3）では 2 枚の板が完全に密着し隙間はないものとする．

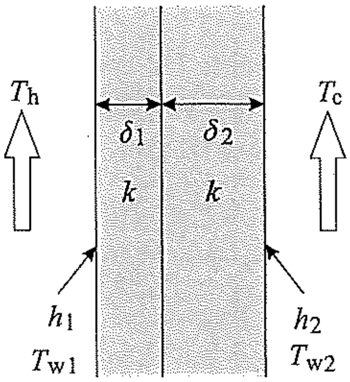


図 1

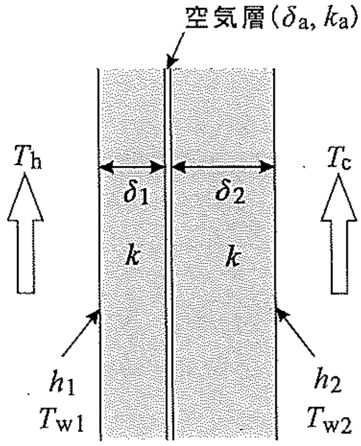


図 2

（1）高温流体から低温流体への熱通過率 U [W/(m²·K)]の値を求めなさい．

（2）高温流体から低温流体へ移動する熱流束 q[W/m²]の値を求めなさい．

（3）高温流体，低温流体と接する板の表面温度 T_{w1}[℃]，T_{w2}[℃]を求めなさい．

（4）2 枚の板の密着が不十分で，図 2 のように板の間隙に空気層が存在する状況を考える．ただし空気層は 2 枚の板と平行であり，空気の熱伝導率を k_a=0.025 W/(m·K)とする．また，空気層内では，熱は熱伝導でのみ移動するものとする．このとき，高温流体から低温流体に移動する熱流束は，（2）の場合の 0.8 倍になった．空気層の厚さ δ_a[μm]を求めなさい．

（5）（4）の状況において，低温流体側の熱伝達率 h_2 を変えずに，高温流体から低温流体に（2）と同じ熱流束を移動させるための，高温流体側の熱伝達率 h_1[W/(m²·K)]を求めなさい．

問 3

以下の文章を読み，小問に答えなさい．

一般的な軽水炉では 2%～5%程度に $\boxed{①}$U を濃縮した核燃料を使用し，核分裂によりエネルギーを取り出す．一方，CANDU 炉に代表される重水炉では天然ウランを直接核燃料として使用することが出来る．

原子炉では核分裂により平均 2.5 個発生する中性子を利用し，$\boxed{②}$ 的に核分裂反応を起こしエネルギーを取り出す．この際，反応を起こしやすくするため中性子のエネルギーを $\boxed{③}$ げる必要がある．

核燃料は $\boxed{①}$U と $\boxed{④}$U で構成され，後者が中性子を吸収した後，$\boxed{⑤}$ 回の $\boxed{⑥}$ 壊変を経て ^{239}Pu が生成する．なお，周期律表上では原子番号順にウラン，ネプツニウム，プルトニウムの順番で並ぶ．

（1） 上記文章の①～⑥に入る言葉を答えなさい．なお①，④には質量数を入れなさい．

（2）重水中における熱中性子の平均自由行程を有効数字 3 桁で求めなさい．熱中性子の重水に対する散乱のミクロ断面積は 18.2×10^{-24} cm^2，重水の密度は 1.105 g/cm^3 である．

（3）重水炉が天然ウランを燃料として使用できる理由を 100 字程度で述べなさい．

（4）原子炉内で核分裂が発生した場合，1 反応当たり平均 200MeV のエネルギーを放出する．熱出力 2kW の原子炉の中では毎秒平均何個の中性子が発生しているか，有効数字 3 桁で答えなさい．

（5）核分裂によって発生した中性子と重水を構成する重水素の間で下記の反応が生じる．

$$^{2}\mathrm{H} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{3}\mathrm{H}$$

上記核反応の Q 値を計算しなさい．重水素，中性子，三重水素の静止質量はそれぞれ 2.014102u, 1.008665u, 3.016049u とする．また 1u の静止質量は 931.5 MeV である．Q 値は有効数字 3 桁で求めなさい．

（6）三重水素は半減期 12.33 年の放射性物質である． (5)の反応により発生した 3 重水素から構成されるトリチウム水を回収し，質量を測ったところ 2g あった．放射能を有効数字 3 桁で求めなさい．なお，計算に当たっては 1 年は 365 日とする．