

令和5年度
北海道大学工学部
編入学試験（一般選抜）
学士入学試験
【数 学】

試験時間 9 : 30 ~ 11 : 30

- ・ 試験時間中、机の上に置けるものは、受験票、黒の鉛筆、黒のシャープペンシル、消しゴム、鉛筆削り、眼鏡、時計（計時機能のみ有するもの）のみです。これ以外のものを試験時間中、机の上に置いてはいけません。
- ・ 携帯電話、スマートフォン等の電子機器類、及び時計のアラームは、試験時間中、使用してはいけません。これらの電子機器類は、あらかじめアラームの設定を解除して電源を切り、かばん等に入れなさい。

注 意

1. 試験開始の合図があるまで、この問題紙を開いてはいけません。
2. 問題紙は、このページを含めて4ページあります。
3. 解答用紙は「数学1 / 6」から「数学6 / 6」までの6枚、草案用紙は5枚あります。
4. 受験番号は、監督員の指示に従って、すべての解答用紙の指定された箇所に必ず記入しなさい。
5. 解答はすべて、解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。なお、裏面を使用してはいけません。
6. 必要以外のことを解答用紙に書いてはいけません。
7. 解答用紙は6枚とも全部必ず提出しなさい。
8. 問題紙の余白は下書きに使用しても差し支えありません。
9. この問題紙と草案用紙は回収しません。

令和5年度
北海道大学工学部
編入学試験（一般選抜）
学士入学試験

【数 学】

令和5年度北海道大学工学部編入学試験(一般選抜)・学士入学試験問題【数学】

(注意)途中の計算手順など、解答に至る過程が分かるように記述すること。

問1. 以下の設問に答えなさい。

設問1. 次に示す微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 2y = \sin x$$

の一般解を求めなさい。

設問2. 次に示す微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 1 = x$$

の一般解を, $\frac{dy}{dx} = p$ を利用して求めなさい。

問2. 3次元空間にある次の平面Pと直線Lについて、以下の設問に答えなさい。

$$\text{平面P: } 4x + ay - z + 6 = 0, \quad \text{直線L: } 4(x-1) = 4(y+1) = -z$$

設問1. 平面Pの法線ベクトルと直線Lの方向ベクトルを求めなさい。

設問2. $a = 1$ のとき、平面Pと直線Lの交点を求めなさい。

設問3. $a = -8$ のとき、平面Pと直線Lが交わらないことを示しなさい。

問3. 次の行列Aについて、以下の設問に答えなさい。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

設問1. $a = 4$ のとき、固有値と固有ベクトルを求めなさい。

設問2. $a = -1$ のとき、Aは回転を表す行列の定数倍であることを利用して、 A^{20} を求めなさい。

問4. 周期 2π の関数 $f(x) = f(x + 2\pi)$ について、以下の設問に答えなさい。

設問1. 次に示す関数

$$g_n(c_n) = \int_{-\pi}^{\pi} \{f(x) - c_n \cos(nx)\}^2 dx$$

を最小とする c_n を求めなさい。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$ とする。

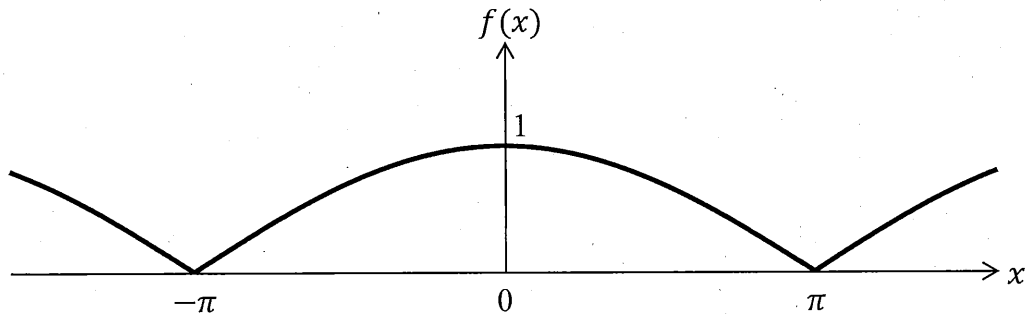
設問2. 次の図に示すように、関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \cos \frac{x}{2} \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$$

のとき、 $f(x)$ は

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n \cos(nx)$$

で表すことができる。係数 a_0 および a_n を求めなさい。



問5. z が複素数平面上の原点を中心とする半径1の円上を動くとき、 $w = \frac{2iz + 1}{iz}$ の

軌跡を C とする。また、 $a = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$, $b = \frac{1 + i}{\sqrt{2}}$ とする。ただし、 $i = \sqrt{-1}$ であ

る。以下の設問に答えなさい。

設問1. C を複素数平面上に描きなさい。

設問2. $a = \cos \alpha + i \sin \alpha$, $b = \cos \beta + i \sin \beta$ を満たす α , β を求めなさい。

ただし、 $0 \leq \alpha < 2\pi$, $0 \leq \beta < 2\pi$ とする。

設問3. $a^n = \frac{2ib^n + 1}{ib^n}$ を満たす自然数 n のうち、最小のものを求めなさい。